Beiträge zur Theorie der elektrischen Induktionsöfen

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Johann Wolfgang Goethe-Universität

zu Frankfurt am Main

vorgelegt von

Hans Stamm

aus Frankfurt/Main

1935

Dissertationsdruckerei und Verlag Konrad Triltsch, Würzburg.

Referent:
Prof. Dr. C. Déguisne.

Tag der mündlichen Prüfung: 4. Juni 1934.

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

Meinen Eltern!

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Vorbemerkung	1
II. A. Eisenlose Induktionsöfen	1
1. Theorie der eisenlosen Induktionsöfen	1
2. Experimentelle Untersuchungen an eisenlosen Induktionsöfen	5
a) Meßanordnung	5
b) Messungen mit der Prüfwindung	6
c) Ergebnisse	7
d) Sondenmessungen	9
e) Ergebnisse	10
3. Kräfteberechnungen in eisenlosen Induktionsöfen	13
II. B. Eisengeschlossene Induktionsöfen	14
1. Bau und Wirkungsweise	14
2. Untersuchungen über die Stromverteilung an einem Elektrolytmodell	15
a) Meßmethode	16
b) Ergebnisse	16
3. Untersuchungen an einem Ofenmodell	17
a) Beschreibung des Ofens	17
b) Meßmethode	19
c) Ergebnisse	21
4. Berechnung der Feldstärken	33
5. Berechnung der Beschleunigungskräfte	35
III. Zusammenfassung	38

I. Vorbemerkung.

Grundprinzip der elektrischen Induktionsöfen ist die Selbsterzeugung der Wärme im Schmelzgut durch induktive Stromübertragung. Die vom Schmelzgut aufgenommene Energie wird in diesem in Wärme umgesetzt. Maßgebend für die Energieumsetzung in einem metallischen Leiter sind Form des Leiters, Stromdichte und seine spezifische Leitfähigkeit. Bei elektrischen Schmelzöfen, die auf dem induktiven Prinzip aufgebaut sind, muß als Schmelzgut immer ein elektrischer Leiter vorhanden sein, der vom Strom durchflossen wird und sich seinem Widerstand entsprechend erwärmt. Das Schmelzen von Metallen durch elektrische Ströme auf induktivem Wege ist in zwei Grundformen technisch verwertet. In den mit niederen Frequenzen betriebenen eisengeschlossenen Induktionsöfen und in den meist mit höheren Frequenzen gespeisten eisenlosen Induktionsöfen. In den Induktionsöfen, bei denen Ströme mit höherer Frequenz zur Anwendung kommen, ist eine besondere induktive Wirkung ohne Verkettung des magnetischen Flusses durch Benutzung von Eisen möglich. Ein leitendes Material kann im Felde einer Spule, in deren Inneres ein einfacher zylindrischer Schmelztiegel eingebracht ist, ohne weiteres geschmolzen werden.

II. A. Eisenlose Induktionsöfen.

1. Theorie der eisenlosen Induktionsöfen.

Mit der Theorie der eisenlosen Induktionsöfen haben sich Northrup (1), Ribaud (2), Burch und Davis (3), Wever und Fischer (4), Walter (5) und Esmarch (6) eingehend befaßt.

In einer primären Zylinderspule stehe koaxial ein zylindrischer Metallblock. Vom primären Kreis wird das elektromagnetische Feld ausgestrahlt. Mit dieser primärseitigen Ausstrahlung des Feldes ist eine Energieströmung in den Sekundärleiter verbunden. Da wir uns die Ausbreitung des elektromagnetischen Feldes wellenförmig vorzustellen haben, müssen wir auch die Strömung in das Innere des in diesem Falle als Sekundärkreis be-

nutzten Metalles wellenförmig annehmen. Auf den Wellencharakter einer Wechselströmung in Leitern hat vor längerer Zeit Rogowski (7) hingewiesen. In dieser Arbeit hebt der Autor besonders hervor, daß die Wechselströmung den Charakter einer gedämpften fortschreitenden Welle hat. Da es sehr wichtig ist, die elektrische Wellenbewegung in Metallen rechnerisch zu verfolgen und die Kraftfeldverteilung im Innern eines metallischen Körpers hinsichtlich ihrer zeitlichen und örtlichen Verteilung darzustellen, sei kurz darauf eingegangen.

Die Fortpflanzungsrichtung einer elektrischen Welle ist die Normale zur Ebene der elektrischen wie magnetischen Kraftrichtung. Trifft eine ebene elektrische Welle so auf einen Metallzylinder auf, daß die Oberfläche des Metalles mit der Ebene der elektrischen und magnetischen Kraftrichtung zusammenfällt, so findet eine Strömung elektromagnetischer Energie senkrecht zur Oberflächenebene in den Metallblock hinein statt. Das Hineinströmen des elektromagnetischen Feldes in das Innere des Metalls bedingt einen Energieverlust der gesamten elektromagnetischen Strahlung. Die Energie, die dem Kraftfeld entzogen wird, wird im Sekundärkreis in Wärme umgesetzt. Hat der Metallzylinder größeren Durchmesser, so können wir eine zur Oberflächenebene des Zylinders senkrechte Energieströmung annehmen. Unter solchen Verhältnissen wird die Krümmung des Metalleinsatzes vernachlässigt und die einfallende Welle als eben angenommen. Die Richtung der Felder ist folgendermaßen festgelegt: das magnetische Feld ist koaxial, das elektrische Feld als Kreis um die Achse gerichtet. Unter Bezugnahme auf ein Körperelement des Metallzylinders geben die Maxwellschen Grundgleichungen nach Umformung in Zylinderkoordinaten nach Walter (5) folgende allgemeine Lösungen für die Wellengleichungen:

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 \, e^{-\beta(1-j)(r-x)} \, e^{j\omega t} \qquad 1a)$$

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 \, e^{-\beta(1-j)(r-x)} \, e^{j\omega t} \qquad b)$$

$$\mathfrak{I} = \mathfrak{I}_0 \, e^{-\beta(1-j)(r-x)} \, e^{j\omega t} \qquad c)$$

In diesen Gleichungen bedeuten:

$\mathfrak{H}_0$ das magnetische Feld,
$\mathfrak{E}_0$ das elektrische Feld,
$\mathfrak{I}_0$ die induzierte Stromstärke an der Oberfläche des Metallzylinders.

Die gleichen Symbole ohne Index geben die einzelnen Größen im Innern des Metallkörpers wieder.

r ist der Radius des Metalleinsatzes,
x die Entfernung des betrachteten Volumenelementes von der Mittelachse.

Die Größe $e^{-\beta(r-x)}$ gibt ein Maß für die Abnahme der Energie der elektromagnetischen Welle mit zunehmender Eindringtiefe. Die maßgebende Größe für die Absorption der Welle ist β. β hat den Wert:

$$\beta = 2\pi \sqrt{\mu \sigma f}$$

Hierin bedeuten:

f die Frequenz,
μ die Permeabilität,
σ die spezifische Leitfähigkeit des benutzten Metalles.

Die sogenannte Dämpfungskonstante β hat die Dimension einer reziproken Länge (cm^{-1}). Mit Hilfe von β läßt sich die Abnahme der Stromdichte mit größer werdender Eindringtiefe berechnen. Bezeichnen wir den Wert $\frac{1}{\beta} = \lambda_0$ als Abklingstrecke der elektromagnetischen Strahlung, so gibt uns λ_0 die Entfernung von der Oberfläche an, in der die Amplitude der Schwingung auf den e-ten Teil ihres Anfangswertes gesunken ist.

Die oben angegebenen Gleichungen 1), die uns den exponentiellen Abfall von Feld und Strom mit wachsender Eindringtiefe geben, sind abgeleitet und haben nur Gültigkeit für unendlich lange Spulen mit homogenem Spulenfeld.

Diese idealen Verhältnisse lassen sich beim Bau elektrischer Schmelzöfen nicht verwirklichen. Man hat vielmehr Schmelzeinrichtungen, bei denen Spule und Einsatz angenähert gleiche Länge haben. Bei dieser Anordnung wird das Magnetfeld nach den Enden der Spule hin eine beträchtliche Abnahme aufweisen, so daß außer dem exponentiellen Abfall nach innen noch eine Abnahme des Feldes gegen die Enden des Metallkörpers hin auftritt. Da es sehr schwierig ist, mit Genauigkeit die Amplitudenänderung des Induktionsflusses von der Spulenmitte mit homogener Feldverteilung nach den Enden hin zu berechnen (Müller (8)), machen wir mit Esmarch (6) die Annahme einer angenähert parabolischen Feldänderung. Unter der Annahme einer parabolisch verlaufenden Feldänderung gilt:

$$\mathfrak{H}_0 - \mathfrak{H}' = k \cdot h^2 \qquad (2)$$

In Gleichung 2 bedeuten:

$\mathfrak{H}_0$ das Feld in der Mittelebene der Spule,
$\mathfrak{H}'$ das Feld an den Enden der Spule,
h die senkrechte Entfernung in cm von der Mittelebene nach oben, bzw. nach unten,
k ist ein Maßstabsfaktor.

Für $h = 0$, in der Mittelebene der Spule, ist:

$$\mathfrak{H}_0 = \mathfrak{H}'$$

Für das Feld in der Mitte einer Spule gilt allgemein:

$$\mathfrak{H} = 4\pi n I \frac{l}{\sqrt{l^2 + 4r^2}}$$

Für das Feld am Ende einer Spule:

$$\mathfrak{H} = 2\pi n I \frac{l}{\sqrt{l^2 + r^2}}$$

Für das Feld in einem Punkte, der um h cm von der Mittelebene entfernt ist, besteht folgende Beziehung (9):

$$\mathfrak{H} = 2\pi n I [h (r^2 + h^2)^{-\frac{1}{2}} + (l-h) (r^2 + (l-h)^2)^{-\frac{1}{2}}] \qquad (3)$$

Bedeutet l die Länge der Spule, so hat h am Spulenende den Wert $h = \frac{l}{2}$, und als Wert für das Feld am Ende der Spule ergibt sich:

$$\mathfrak{H}_0 - \mathfrak{H}' = k \cdot \frac{l^2}{4}$$

Weiterhin verhält sich nun:

$$\mathfrak{H}_0 : \mathfrak{H}' = \frac{1}{\sqrt{l^2 + 4r^2}} : \frac{1}{2\sqrt{l^2 + r^2}}$$

$$\mathfrak{H}_0 : \mathfrak{H}' = \sqrt{4l^2 + 4r^2} : \sqrt{l^2 + 4r^2}$$

$$\mathfrak{H}' = \sqrt{\frac{l^2 + 4r^2}{4l^2 + 4r^2}} \cdot \mathfrak{H}_0$$

so daß wir erhalten:

$$k \cdot \frac{l^2}{4} = \mathfrak{H}_0 \left(1 - \sqrt{\frac{l^2 + 4r^2}{4l^2 + 4r^2}}\right) \qquad (4)$$

Setzen wir für die in Gleichung 4 vorkommenden Größen l und r Werte ein, z. B. l = 15 cm, r = 6 cm, so ergibt sich:

$$k = \mathfrak{H}_0 \cdot 0{,}007$$

Für die Abnahme des Feldes an den Enden der Spule ergibt sich:

$$\mathfrak{H}' = \mathfrak{H}_0 - 0{,}007 \cdot \mathfrak{H}_0 \cdot h^2 \qquad (5)$$

Da sich der Amplitudenwert der Stromstärke ebenso ändert, wie der Amplitudenwert des Induktionsflusses, so gilt auch für den Strom I:

$$I' = I_0 - k \cdot h^2 \qquad (6)$$

Denken wir uns den Metallzylinder in einzelne konzentrische Ringe zerlegt, so gibt Abbildung 1 ein Bild für die parabolische Abnahme des Stromes in den einzelnen übereinanderliegenden ringförmigen Leiterstücken von der Mitte des Zylinders nach den Enden hin. Die Stromdichte im äußersten Kreisring (x = 5) wurde mit 100/cm² Amp. angenommen. Aus den Kurven ist zu ersehen, daß die Stromdichte nach den Enden hin um angenähert 50% abnimmt.

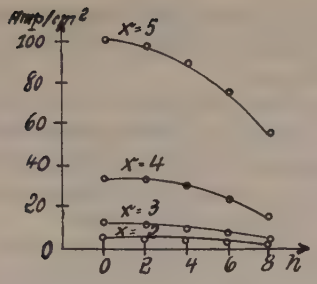


Abb. 1.

Abnahme des Stromes in den übereinanderliegenden Leiterstücken.

Dieselben Ergebnisse müssen wir erhalten, wenn wir die Feldstärken und die Spannungen in den einzelnen übereinanderliegenden Leiterstücken berechnen.

2. Experimentelle Untersuchungen an eisenlosen Induktionsöfen.

a) Meßmethode.

Da sich die Feld-, Spannungs- und Stromverhältnisse in eisenlosen Induktionsöfen theoretisch mit großer Genauigkeit berechnen lassen, beschränkten sich die experimentellen Untersuchungen an solchen Öfen hauptsächlich auf eine Prüfung der Theorie und auf eine Prüfung der Meßgenauigkeit der hierbei und später angewandten Meßmethoden. Untersucht wurde mit Hilfe einer Prüfwindung die magnetische Feldverteilung, und mit Hilfe einer Sondenmessung die induzierte elektromotorische Kraft in den einzelnen Ringen.

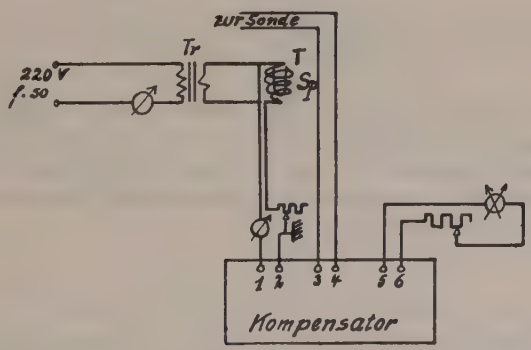


Abb. 2.

Meßanordnung.

Der Schmelztiegel, in dem die Messungen in flüssigem Zinn vorgenommen wurden, hatte folgende Ausmaße:

Höhe h = 12 cm,

Durchmesser 2r = 12 cm.

Der Tiegel hatte ein Fassungsvermögen von 11 kg Zinn.

Die Messungen wurden in einer komplexen Kompensationsanordnung mit Hilfe des Hartmann und Braunschen Schleifdrahtwechselstromkompensators (10) durchgeführt.

Der Transformator Tr wurde mit 50 periodigem Wechselstrom vom Netz gespeist. An seiner Sekundärseite war die Primärspule Sp (w = 32) des eisenlosen Induktionsmodellofens angeschlossen. Die Spule war fest auf den Schmelztiegel T aufgewickelt. Der Spulenstrom betrug während der Dauer der Messungen 110 Amp. Die Speiseleitung des Kompensators lag parallel zu den Ofenklemmen, so daß während der Messungen auftretende Spannungsschwankungen auf die Messung keinen störenden Einfluß ausüben konnten. Die Leistungsaufnahme des Ofens war 500 Watt; die Spannung an den Ofenklemmen 6 Volt.

Die Orientierung der Prüfwindung und der Sonde, die mit Hilfe einer Schlittenführung sowohl zur Seite als auch in der Höhe von cm zu cm verschoben werden konnten, erfolgte in einem Koordinatensystem, das folgendermaßen in der Vertikalebene des Schmelztigels orientiert war.

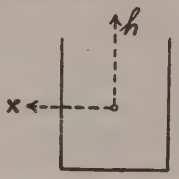


Abb. 3.

Orientierung des Koordinatensystems im Schmelztiegel.

h bedeutet die Höhe von der Mittelebene an gerechnet und r—x die Eindringtiefe. Die Messungen wurden bei einer Empfindlichkeit des Kompensators von 0,2 mV/cm durchgeführt. Als Nullinstrument wurde ein Langsaitenvibrationsgalvanometer von Hartmann und Braun benutzt.

b) Messungen mit der Prüfwindung.

Die Prüfwindung umfaßte 1 cm². Eine Eichung der Prüfwindung im homogenen Feld eines langen Solenoids ergab als Umrechnungsfektor für 1 mV 70 Gauss.

Die maßgebenden Konstanten der elektromagnetischen Strahlung, die zur Berechnung der Ergebnisse nötig sind, haben für flüssiges Zinn folgende Werte:

Fortpflanzungsgeschwindigkeit $v = 32{,}03$ m/sec.
Wellenlänge $\lambda = 64{,}2$ cm.
Dämpfungskonstante $\beta/\text{cm} = 0{,}098$.

c) Ergebnisse der Messungen mit der Prüfwindung.

Die Ergebnisse der Messungen mit der Prüfwindung sind in Tabelle 1 (Tabellenanhang) enthalten. Tabelle 1 enthält die nach Größe und Phase kompensierten EMK-Werte, die in der Prüfwindung induziert wurden. (Spalte E_{mV}). In der Spalte $H_{gemessen}$ sind die mit Hilfe des Umrechnungsfaktors aus den gemessenen EMK-Werten errechneten Feldstärkenwerte enthalten. In der Spalte $H_{berechnet}$ sind die Feldstärkenwerte enthalten, wie sie sich gemäß Gleichung 7

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 \, e^{\beta(r-x)} \qquad (7)$$

errechnen lassen.

Der aus Gleichung 7 zu berechnende exponentielle Abfall der elektromagnetischen Strahlung mit wachsender Eindringtiefe ist in Abbildung 4 aufgezeichnet.

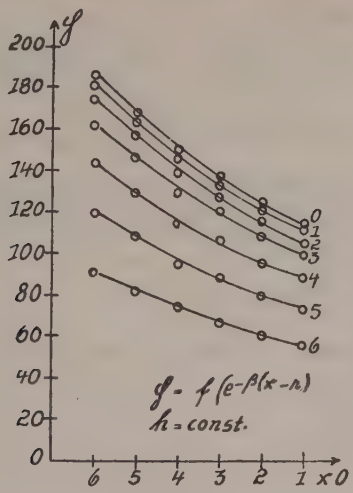


Abb. 4.
Abfall der Feldstärke mit wachsender Eindringtiefe.

Die Kurven sind jeweils für konstante Höhe gezeichnet. Da außer dem expontiellen Abfall nach innen noch ein Abfall der Feldstärke nach den Enden der Spule hin erfolgt, so wurden die Meßergebnisse auch daraufhin untersucht. Dabei wurde festgestellt, daß die früher gemachte Annahme eines parabolischen Abfalls der Feldstärke von der Mittelebene nach den Enden der Spule hin, zu Recht besteht.

Abbildung 5 enthält die auf diese Weise nach Gleichung 5 errechneten Werte, die sich mit den gemessenen Werten in guter Übereinstimmung befinden. (Abweichung ± 3%).

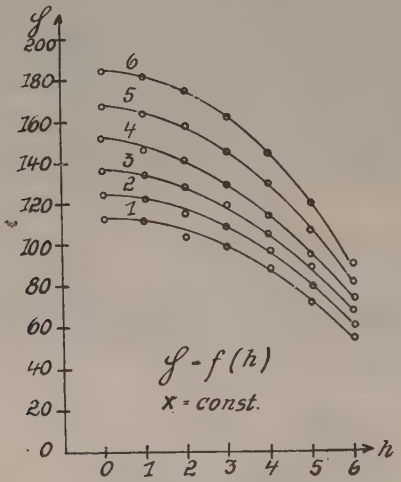


Abb. 5.
Abfall der Feldstärke nach den Enden der Spule hin.

Die Vektoren der Feldstärke eilen gegen den Strom im Kompensator um die in Spalte φ_H enthaltenen Winkel vor. Diese sind in Abbildung 6 dargestellt.

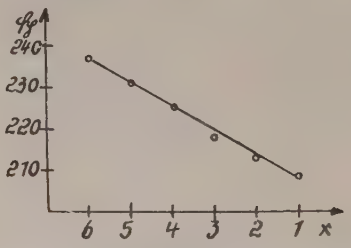


Abb. 6.
Phasenverschiebungswinkel der Feldstärkevektoren.

Der Theorie entsprechend muß sich der Phasenverschiebungswinkel φ_H von cm zu cm um je 6° ändern. Die Messung ergibt in dieser Hinsicht eine gute Übereinstimmung mit der Theorie. Die Schwankungen um den Mittelwert von 6° liegen innerhalb der Grenzen der Meßgenauigkeit.

d) Sondenmessungen.

Berechtigung und Zweck der Sondenmessungen.

Während sich die Messungen mit der Prüfwindung einfach gestalteten, bestand bei den Sondenmessungen (Abbildung 7) die

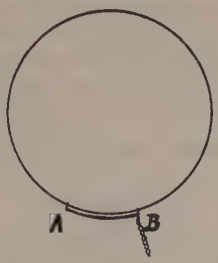


Abb. 7.
Schema der Sondenmessung.

Aufgabe zwischen zwei Punkten A und B — den Sondenspitzen — die elektromotorische Kraft zu messen. Äußerlich tritt zwischen den Punkten kein Spannungsabfall auf, da die induzierte EMK durch den Spannungsabfall IR längs der Strecke AB auf dem Ring gerade aufgehoben wird. Legt man aber die Zuführung zur einen Sondenspitze parallel und in möglichst geringem Abstand von dem Bogenstück AB und von da an mit der Zuführung zur anderen Sondenspitze verdrillt weg, so ist nur auf diesem Stück der Sondenzuführung eine Induktion durch den geschnittenen Kraftfluß möglich; und zwar ist die induzierte Spannung mit umso größerer Annäherung gleich der EMK zwischen A und B, je näher das freie Stück der Sondenzuführung an das zu untersuchende Bogenstück gebracht werden kann. Im Grenzfall ist die induzierte Spannung gleich der EMK, so daß sich diese beiden elektromotorischen Kräfte im Sondenkreis aufheben und nur noch der Spannungsabfall IR übrigbleibt, der nach Definition gleich der induzierten EMK ist. Damit ist indirekt die Messung der induzierten EMK auf dem Bogenstück AB ermöglicht.

Fehler aus den Sondenmessungen ergeben sich dann, wenn das zwischen den Sondenspitzen liegende Stück nicht genau dem Ver-

lauf der Stromlinie folgt. Der Sondenabstand muß im Vergleich zu den Ausmaßen des Schmelztiegels so gering sein, daß an Stelle des Kreisbogens, auf dem eigentlich die induzierte Spannung gemessen werden müßte, die Sehne gesetzt werden kann. Die Ursache eines weiteren Fehlers liegt in der technischen Schwierigkeit die Zuführung zu der einen Sondenspitze so wegzuführen, daß sich zwischen den Sondenspitzen und der verdrillten gemeinsamen Leitung kein Flächenstück bildet, in dem durch Streukraftlinien eine zusätzliche EMK induziert wird. Probemessungen mit an den Sondenspitzen kurzgeschlossener Sonde ergaben in der Mitte des Ofens einen Fehler von 1—2%, der nach den Enden des Ofens hin einen Wert von 10—12% annahm. In der Mitte des Ofens muß der Fehler klein bleiben, da hier die Ebene zwischen den Sondenspitzen parallel zum Feld verläuft. Gegen die Enden des Ofens hin muß der Fehler größer werden, da hier eine merkliche Radialkomponente des Feldes vorhanden ist.

Die in den einzelnen Ringen induzierten elektromotorischen Kräfte lassen sich noch auf andere Weise meßtechnisch erfassen. Legen wir nämlich gegen die Metallmassen isolierte Drahtwindungen, die sich genau den einzelnen kreisförmigen Stromlinien anschmiegen in das Schmelzmetall hinein, so können längs dieser die induzierten elektromotorischen Kräfte gemessen werden. Allerdings nehmen die isolierten Drahtwindungen, die identisch sind mit den Stromlinien, einen wesentlich größeren Raum in Anspruch als die Sondenspitzen, so daß eine Verdrängung der Metallmassen stattfindet, wodurch eine unter Umständen bedeutende Feldänderung hervorgerufen wird, so daß eine Erfassung der tatsächlichen Verhältnisse nicht mehr gewährleistet ist; aus diesem Grunde wurden die Messungen mit Sonden ausgeführt. Die Spitzen der bei der Messung verwandten Sonde hatten einen Abstand von 8 mm. Die Zuführungsdrähte wurden in einem Glasrohr verdrillt weggeführt, um, wie schon erwähnt, die Wirkung des Streufeldes auszuschalten. Die trotzdem noch überlagerten Störspannungen wurden mit kurzgeschlossener Sonde kompensiert und dann von den Werten, die sich aus der regulären Sondenmessung ergaben, subtrahiert. Gemessen wurde die Horizontalkomponente der induzierten elektromotorischen Kraft nach Größe und Phase in tangentialer Richtung.

e) Ergebnisse der Sondenmessungen.

Die Ergebnisse der Sondenmessung sind in Tabelle 2 (Tabellenanhang) enthalten.

Die Spalte E_{mV} in Tabelle 2 enthält die gemessenen EMK-Werte; die Meßwerte ergeben mit dem jeweiligen Kreisumfang

multipliziert und durch den Sondenabstand dividiert die einzelnen Ringspannungen.

Die in den einzelnen Schichten mit wachsender Eindringtiefe abnehmenden Werte der Ringspannungen sind in Abbildung 8 dargestellt.

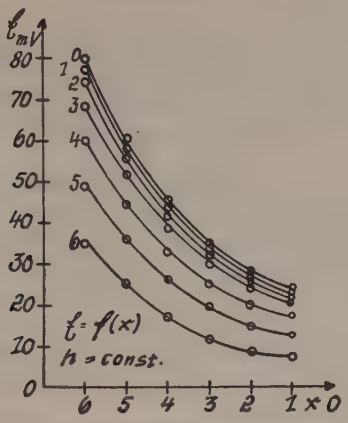


Abb. 8.

Abnahme der Ringspannungen mit wachsender Eindringtiefe.

Die Kurven sind jeweils für konstante Höhe gezeichnet.

Wie aus den Meßergebnissen weiter hervorgeht, befolgen auch die Werte der elektromotorischen Kraft in den einzelnen über-

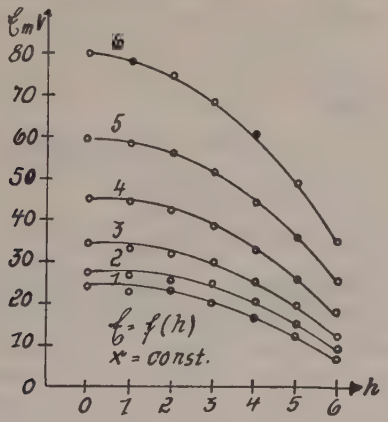


Abb. 9.

Abnahme der Ringspannungen nach den Enden der Spule hin.

einanderliegenden Schichten nach den Enden der Spule hin das Gesetz des parabolischen Abfalls. Abbildung 9 enthält die in dieser Hinsicht aufgetragenen Werte.

Die Spalte $H_{berechnet}$ in Tabelle 2 enthält die nach Formel:

$$\Phi = \frac{U}{w} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \frac{1}{q} \cdot 10^8 \text{ Gauss} \qquad (8)$$

aus der Differenz je zweier Ringspannungen berechneten Feldstärkenwerte in den einzelnen Ringen. Die Übereinstimmung der auf diese Weise errechneten Feldstärken mit den gemessenen, die zum Vergleich in der Spalte $H_{gemessen}$ angeführt sind, ist sehr gut. ($\pm$ 4%).

Im Einklang mit der Feldstärkenmessung, bei der festgestellt wurde, daß die Feldstärke, die der eigentliche Träger der wellenförmigen Fortpflanzung der elektromagnetischen Strahlung ist, den theoretischen Gesetzen folgt, stellte sich bei der Messung der EMK-Werte der einzelnen konzentrischen Ringe heraus, daß auch die Ringspannungen eine der Theorie entsprechende zeitliche Phasenverschiebung gegeneinander haben. Auch hier bewegt sich das Pendeln der Winkelwerte um einen Mittelwert innerhalb der Grenzen der Meßgenauigkeit.

Die zeitlichen Phasenverschiebungswinkel der einzelnen Ringspannungen gegen den Kompensatorstrom sind in Tabelle 2 in der Spalte φ_E angegeben und in Abbildung 10 graphisch dargestellt.

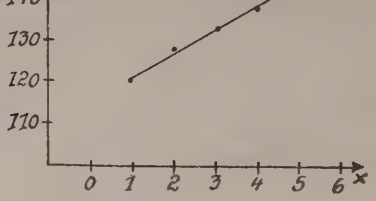


Abb. 10.

Phasenverschiebungswinkel der Ringspannungen.

Die gesamten Meßergebnisse zeigen, sowohl eine experimentelle Bestätigung der Theorie, als auch, daß die Sondenmessungen durchaus einwandfreie und richtige Ergebnisse liefern. Ebenso finden wir bestätigt, daß wir mit Hilfe der mit den Sonden gemessenen EMK-Werte um ein bestimmtes Flächenstück den Kraftfluß Φ, der dieses Flächenstück durchsetzt, einwandfrei berechnen können. Eine Tatsache, von der wir bei späteren Messungen Gebrauch machen werden.

3. Kräfteberechnungen in eisenlosen Induktionsöfen.

Aus Theorie und Messung folgt die ungleichmäßige Stromverteilung in einem von Wechselstrom durchflossenen Leiter. Diese ungleichmäßige Stromverteilung läßt sich, wie schon erwähnt, als Absorptionsvorgang einer in den Leiter eindringenden Welle auffassen. Die induzierte Wechselströmung, die in den Leiter eintritt, hat nicht den Charakter einer stehenden Welle, sondern gleicht einer von der Oberfläche her eindringenden nach dem Innern zu fortschreitenden Welle. Die Wechselströmung gleicht hierin einem Lichtstrahl, der in ein absorbierendes Medium eindringt; sie unterscheidet sich von ihm nur durch die Frequenz. Wie Walter (5) theoretisch und Wever und Fischer (4) experimentell bewiesen haben, sind die Strahlungsgesetze, die aus der elektromagnetischen Lichttheorie bekannt sind, auch auf Induktionserscheinungen anwendbar. Wir haben also hier eine Identität zwischen dem optischen Strahlungsdruck und den auf das Schmelzgut wirkenden elektrodynamischen Kräften. Ein erster Hinweis auf diese Identität findet sich bei Walter (11). Eine Druckberechnung mit Hilfe des Strahlungsdruckes ist in der schon erwähnten Arbeit von Esmarch (6) durchgeführt.

Esmarch gibt für den auf die Volumeneinheit des Metallzylinders ausgeübten Druck folgende Beziehung an:

$$p_s = \frac{W_2}{Mv} \qquad (9)$$

Hierin bedeuten:

p_s der Strahlungsdruck,
W_2 die sekundäre Leistungsaufnahme,
M die Mantelfläche des Zylinders,
v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Welle im metallischen Medium.

Unter der Annahme eines Ofens mit z. B. folgenden Ausmaßen: $h = 35$ cm, $r = 15$ cm, Mantelfläche $M = 3300$ cm², und einer Leistungsaufnahme von 10 KW berechnen sich die Druckkräfte wie folgt. Als Schmelzmetall nehmen wir Kupfer mit einer Leitfähigkeit von $\sigma = 4{,}75 \cdot 10^4$. Die Frequenz f sei variabel von 50÷5000 Hz. Die Druckkräfte auf die einzelnen Volumenelemente in der Mittelebene des Ofens sind für die verschiedenen Frequenzen in Abbildung 11 dargestellt.

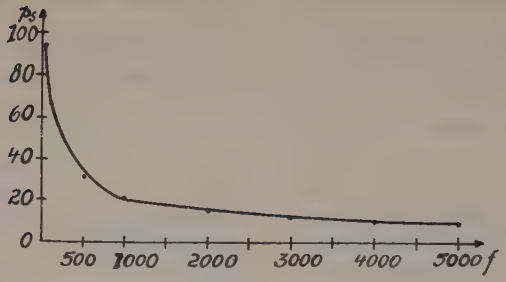


Abb. 11.
Frequenzabhängigkeit des Strahlungsdruckes.

Dieser Überdruck, dem durch eine Kuppenbildung das Gleichgewicht gehalten wird, entspricht hydrodynamisch dem größten auf ein Volumenelement wirkenden Druck. Den größten Druck erhalten wir in der Mittelebene des Einsatzes, da Feld und Strom in dieser Ebene ihre größten Werte haben.

Burch und Davis (3) haben bei einem 10 KW eisenlosen Induktionsofen, der mit 50 Perioden vom Netz gespeist wurde, bei flüssigem Kupfer eine Kuppenhöhe von ca. 12 cm beobachtet. Die Maße des benutzten Ofens waren: $h = 46{,}3$ cm, $r = 10$ cm, $M = 2580$ cm². Die Druckberechnung nach Gleichung (9) ergibt eine befriedigende Übereinstimmung zwischen dem theoretisch berechneten Werte und dem experimentell beobachteten.

II. B. Eisengeschlossene Induktionsöfen.

1. Bau und Wirkungsweise.

Ebenso wie bei den eisenlosen Induktionsöfen elektrodynamische Kräfte Strömungen zustande bringen, sind auch bei den eisengeschlossenen Induktionsöfen innere Kräfte zum Teil die Ursache der auftretenden Strömungen.

Die eisengeschlossenen Induktionsöfen sind Wechselstrom-Transformatoren mit einer einzigen kurzgeschlossenen sekundären Windung, in welcher mit derartig hohen Stromdichten gearbeitet wird, daß der den Sekundärkreis bildende Leiter im Schmelzfluß erhalten bleibt.

Wenn in diesen Öfen starke Bewegungen innerhalb des Schmelzgutes beobachtet werden, so ist dies ein Zeichen dafür, daß im Metall starke elektrodynamische Kräfte wirksam sind. Die Berechnung dieser Kräfte ließ sich bisher kaum durchführen, da

sowohl die Feld- als auch die Stromverteilung in eisengeschlossenen Induktionsöfen noch nicht eingehend untersucht worden sind. Die Kenntnis der Feld- und Stromverteilung ist deshalb nötig, weil wir gezwungen sind die auf die einzelnen Volumenelemente wirkenden Beschleunigungskräfte aus Feld und Strom zu berechnen.

Die Stromverteilung im eisengeschlossenen Induktionsofen können wir nicht gemäß der Widerstandsverteilung annehmen und berechnen wegen der Induktivität der einzelnen Strombahnen und wegen der Kraftlinien, die vom induzierten Sekundärstrom ausgehen. Eine Berechnung der Widerstandsverteilung läßt sich nach den üblichen Methoden (12, 13) ausführen, während die Berechnung der Wirbelströme und die Berechnung der Induktivität der einzelnen Strombahnen stark frequenzabhängig ist, und sich nicht ohne weiteres durchführen läßt.

Aus diesem Grunde wurden Untersuchungen an einem Ofenmodell mit Elektroden als Stromzuführungen und an einem Ofenmodell mit einem induzierten Ringstrom vorgenommen.

2. Untersuchungen über die Stromverteilung an einem Elektrolytmodell.

Das Elektrolytmodell, ebenso wie der Modellofen, hatten folgende Form und Ausmaße.

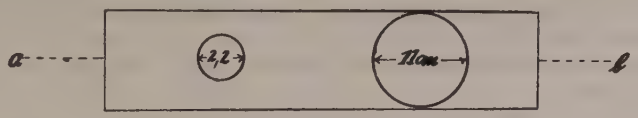


Abb. 12 a.
Horizontalschnitt in der Ebene ab.

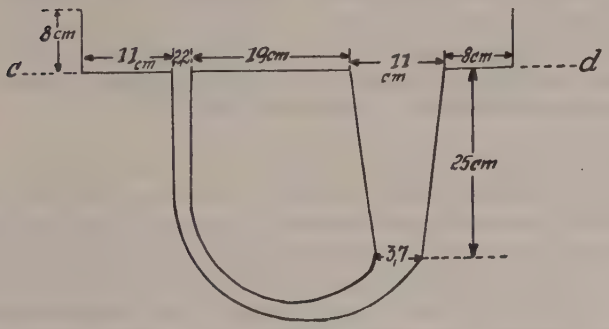


Abb. 12 b.
Vertikalschnitt in der Ebene c d.

a) Meßmethode.

Da es sehr schwierig ist, Stromlinien meßtechnisch zu erfassen, wurden Äquipotentiallinien gemessen. Aus Gründen der Meßgenauigkeit wurden die Messungen nicht in flüssigem Metall, sondern in einer Kochsalzlösung in einer Wechselstromkompensationsanordnung durchgeführt, wie sie Abbildung 13 zeigt.

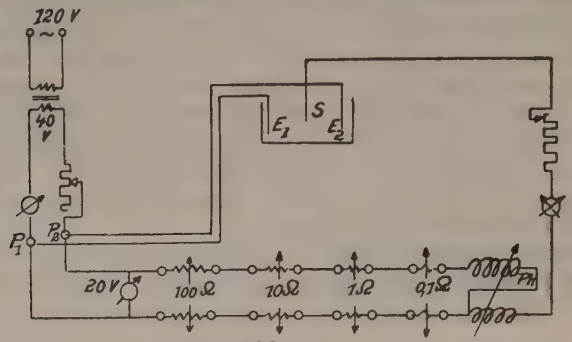


Abb. 13.

Meßanordnung.

Zur Vermeidung von Konzentrationsänderungen wurde ein maximaler Belastungsstrom von 1 Amp. gewählt. Der Phasenschlitten Ph in der Schaltung diente zur Kompensation der Blindkomponente der Spannung, die durch den kapazitiven Polarisationsstrom im Elektrolyten entsteht. An den Punkten P_1 und P_2 lagen die Zuführungen zu den Elektroden E_1 und E_2. Die Sonde S wurde mit Hilfe einer Vorrichtung in der mittleren Vertikalebene des Gefäßes geführt. Die Sonde bestand aus einem Glasrohr (Außendurchmesser 1 mm) mit einem eingekitteten Kupferdraht, dessen Spitze mit dem Ende des Glasrohres bündig geschliffen war. Die jeweilige Stellung der Sondenspitze konnte mit einer Genauigkeit von 0,5 mm abgelesen werden. Mit der Sonde wurden die Punkte gleichen Spannungsabfalles gegen die Elektrode E_1 als Bezugspunkt gemessen. Die Verbindungslinien dieser Punkte ergeben die gesuchten Äquipotentiallinien.

b) Ergebnisse.

Diese Äquipoentiallinien sind in Abbildung 17 für konstante Potentialdifferenzen eingezeichnet. Aus der Lage der Äquipotentiallinien läßt sich noch kein klares Bild über die Stromverteilung gewinnen. In den Zylindern, in denen die Elektroden angebracht sind, ist die Stromverteilung über den Zylinderquerschnitt gleichmäßig, da bei der Versuchsfrequenz von 50 Hz keine Stromverdrängung eintritt. Die Konstruktion der Stromlinien befaßt sich

damit, Raumelemente gleicher Leitfähigkeit in Richtung der Stromlinien abzugrenzen. Mit Hilfe der gemessenen Potentialdifferenzen und des Ohmschen Gesetzes können wir leicht die Stromverteilung für eine sehr dünne Schicht in der Mittelebene berechnen. Je dünner wir die Schicht in der Mittelebene wählen, umso genauer nähert sich unser Stromlinienbild der Wirklichkeit. Ein Bild der Stromverteilung in einer 1 mm dicken Schicht in der Mittelebene des Modellofens gibt Abbildung 14.

Wie wir aus Abbildung 14 entnehmen können, biegen die Stromlinien beim Übergang vom Kanal in den Badraum beinahe rechtwinklig um; beim Übergang vom Trichter in das Bad verläuft der größte Teil der Stromlinien parallel zur inneren Trichterwand. Die größte Dichte der Stromlinien liegt über dem Boden des Bades und das Maximum der Stromlinien an den inneren einander zugewandten Rändern der Mündungen in das Bad. Der in den äußersten rechten und linken Teilen des Bades fließende Strom beträgt im Verhältnis zum Gesamtstrom etwa 10%.

3. Untersuchungen an einem Modellofen.

a) Beschreibung des Ofens.

Die Stromverteilung mit Elektroden gibt ein Bild, wie es an einzelnen Stellen der Literatur angenommen wurde, daß sich nämlich die Stromlinien unter dem Einfluß der eingeprägten EMK ebenso ausbilden würden, wie bei Verwendung von Elektroden, die an Stellen homogener Stromlinienverteilung angebracht sind. Eine Klärung dieser Frage brachten erst die Untersuchungen an einem Induktionsofenmodell.

Die Maße des Modellofens sind den Abbildungen 12 a und 12 b zu entnehmen. Der Ofen hatte ein Fassungsvermögen von 30 kg Zinn als Schmelzmaterial. Beim Bau des Ofens wurde der Hauptwert auf die Ausbildung des Schmelzkanals gelegt, da dieser für den zu untersuchenden Effekt von großer Bedeutung war. Aus diesem Grunde wurde ein stark verkleinerter Sumpfraum gewählt um einen besseren Zugang für die zum Effekt wichtigen Kanäle zu haben. Zinn wurde deshalb als Schmelzmaterial gewählt, um die Glassonden während der zahlreichen Messungen zu schonen und um während der längeren Versuchsdauer keine allzu großen Leistungen zuführen zu müssen. Die maßstäblich eingetragenen Betriebsdaten und Phasenverhältnisse sind der Abbildung 15 zu entnehmen. Abbildung 15 zeigt das Diagramm des Transformators, dessen Sekundärwindung durch das Schmelzmetall gebildet wurde.

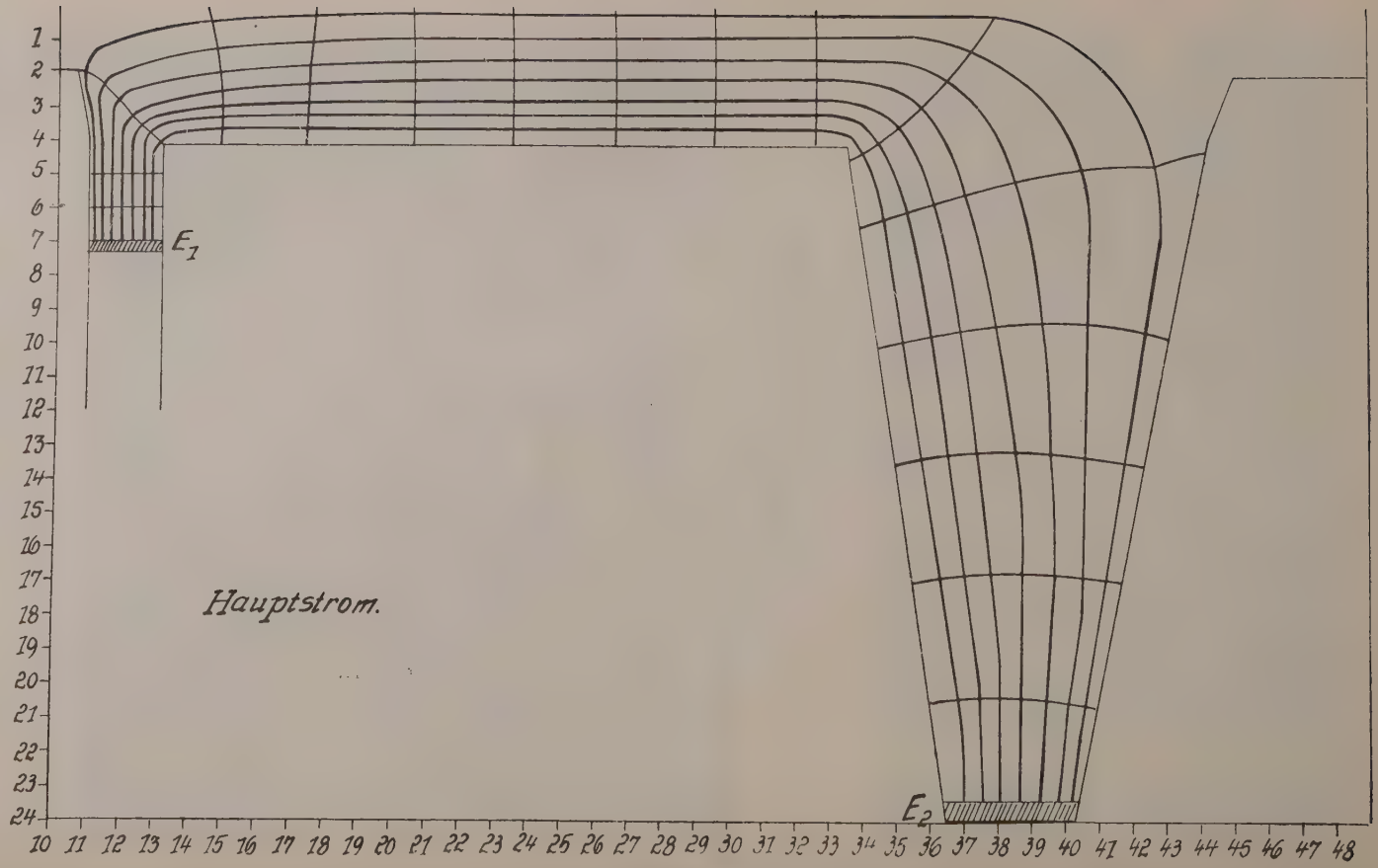

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48
E_1
E_2
Hauptstrom.

Abb. 14.

Es betrugen:

Die Primärspannung U_1 88 Volt,
der Leerlaufstrom I_0 2,5 Amp.,
der Primärstrom I_1 16,5 Amp.,
die Primärwindungszahl w_1 88.

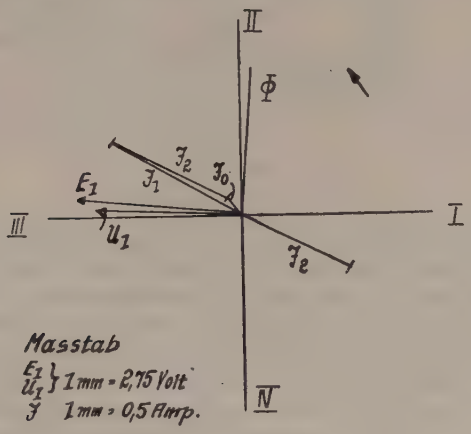


Abb. 15.
Diagramm des Induktionsofens.

Aus I_1—I_0, aus dem Verhältnis der Windungszahlen 88 : 1, und überschlagsmäßig unter Vernachlässigung der Streuung berechnet, ergibt sich ein Sekundärstrom I_2 von 1400 Amp. I_2 wurde unmittelbar mit dem magnetischen Spannungsmesser gemessen, wobei sich ein Wert von 1380 Amp. ergab. Die primäre Leistungsaufnahme des Ofens war 1,5 KW.

b) Meßmethode.

In diesem Ofen wurde die Stromverteilung in Bad und Kanal gemessen, indem an den einzelnen Punkten die Spannungsabfälle zwischen zwei eingeführten Sonden nach Größe und Phase durch komplexe Kompensation in folgender Schaltung (Abbildung 16) bestimmt wurden.

Der benutzte Kompensationsapparat war der Schleifdrahtwechselstromkompensator von Hartmann und Braun (10). Die eingestellte Empfindlichkeit betrug pro cm Schleifdrahtlänge 0,2 mV. Der komplexe Kompensator ist über den Isoliertransformator T mit den Primärklemmen des Ofens verbunden, so daß Spannungsschwankungen des Netzes ohne Einfluß auf die Messungen blie-

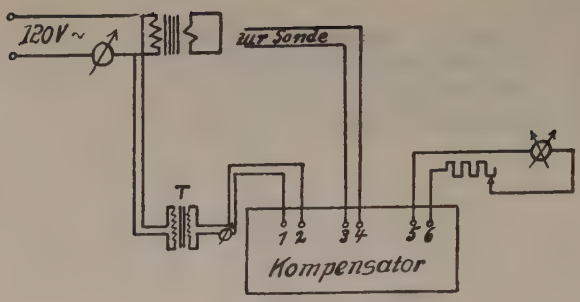


Abb. 16.
Meßanordnung.

ben. Als Nullinstrument wurde ein Langsaitenvibrationsgalvanometer von Hartmann und Braun benutzt. Die Sonde S bestand aus zwei eng aneinander liegenden Glasrohren von 1,5 mm Außendurchmesser, die je einen Eisendraht von 0,3 mm Dicke enthielten. Eisen wurde deshalb gewählt, weil es von flüssigem Zinn nicht angegriffen wird. Die unteren Enden der Eisendrähte hatten nach dem Austritt aus den Glasrohren einen senkrechten Abstand von 2 mm, so daß mit dieser Sondenausführung nur die Vertikalkomponente der Spannung gemessen werden konnte. Zur Messung der Horizontalkomponente diente eine im übrigen vollständig gleiche Doppelsonde, bei der die mit den Glasröhren bündig geschliffenen Drahtenden einen horizontalen Abstand von 2 mm hatten. Damit die Stellung der Sonde in einem in der Mittelebene des Ofens gedachten Koordinatensystem genau und reproduzierbar festgelegt werden konnte, wurde sie in einem mit horizontalem und vertikalem Maßstab versehenen Schlittensystem geführt. Die Meßpunkte sind in den späteren Abbildungen durch die Ansatzpunkte der Vektoren gekennzeichnet.

Um festzustellen, ob etwa auf induktivem Wege über die Sondenleitung eine Störspannung auf die Meßanordnung übertragen wurde, wurden die Enden der Sonde kurzgeschlossen und an verschiedenen Punkten des Ofens untersucht, ob Störspannungen induziert wurden. Diese lagen unterhalb der Genauigkeitsgrenze des Kompensators (0,1 mm Schleifdrahtlänge, was 0,002 mV entspricht), so daß die Meßanordnung als hinreichend störungsfrei angesehen werden konnte. Nun wurde jede der beiden räumlichen Komponenten nach Größe und Phase bestimmt; dabei wurde die Phasenlage auf den positiven Maximalwert der primären Klemmenspannung bezogen. Sämtliche Messungen wurden in der Symmetrieebene des Induktionsofens ausgeführt, in der die zu ihr senkrechte Horizontalkomponente überall 0 ist, wie verschiedentlich experimentell festgestellt wurde.

c) Meßergebnisse.

Die Meßergebnisse sind in Tabelle 3 (Tabellenanhang) enthalten. In Tabelle 3 bedeuten:
h die senkrechte Entfernung von der Badoberfläche nach unten,
l die wagrechte Entfernung von dem einen Ende des Ofens an gerechnet.
X und Y sind die Horizontal- bzw. Vertikalkomponenten in mV. Sie ergeben sich aus den am komplexen Kompensator gefundenen beiden Meßwerten nach der bekannten Konstruktion, bei der die um 90° gegeneinander verschobenen Werte nach dem Parallelogramm der Kräfte zu einer Resultierenden zusammengesetzt werden.
φ_x und φ_y sind die Phasenverschiebungswinkel dieser beiden Komponenten gegen den positiven Maximalwert der primären Klemmenspannung, und zwar in voreilendem Sinne. X und Y sind also 2 räumlich zu einander senkrecht stehende (horizontale bzw. vertikale) Vektoren mit einer gegenseitigen Phasenverschiebung $\varphi_x - \varphi_y$. Setzen wir sie räumlich zusammen, so erhalten wir einen rotierenden Vektor; die Ortskurve für die Spitze des Vektors ist eine Ellipse, wie dies bei Drehfeldvektoren üblich ist. Die einzelnen Ellipsen mit ihren Haupt- und Nebenachsen und ihrem Umlaufsinn sind in Abbildung 17 dargestellt. In dieser Abbildung ist gestrichelt die räumliche Lage des Vektoren V zu der Zeit eingezeichnet, in der die primäre Klemmenspannung ihren positiven Maximalwert durchläuft.

Da wir aus dem zwischen den Sondenspitzen gemessenen Spannungsabfall IR den Strom I berechnen können, so sind uns an den einzelnen Punkten auch die Stromvektoren bekannt, und der in Abbildung 17 veranschaulichte Zustand gibt ein Momentbild des Stromverlaufs, aus dem allerdings auf den allgemeinen Stromverlauf noch keine Schlüsse gezogen werden können. Vielmehr deutet das Verhalten der Stromvektoren auf das Vorhandensein zweier selbständiger Stromsysteme hin. Das eine von diesen wollen wir als Hauptstrom bezeichnen. Er durchfließt die ganze Rinne und umschlingt das Transformatoreneisen. Für diesen Hauptstrom können wir die Stromverteilung im Schmelzgut annehmen, die sich aus der Konfiguration der Widerstände ergibt; d. h. der Hauptstrom wird eine Verteilung aufweisen, wie sie in Abbildung 14 für die Stromzuführung durch Elektroden dargestellt ist.
Zerlegen wir die aus der Messung sich ergebenden Ellipsen nunmehr unter dieser Voraussetzung, so ergibt sich für das zweite Stromsystem eine Anzahl von lokalen Ringströmen, von denen keiner den Eisenkern umschlingt. Ihre Entstehung ist durch das primäre Streufeld bedingt und ihre Verteilung von der Gestalt

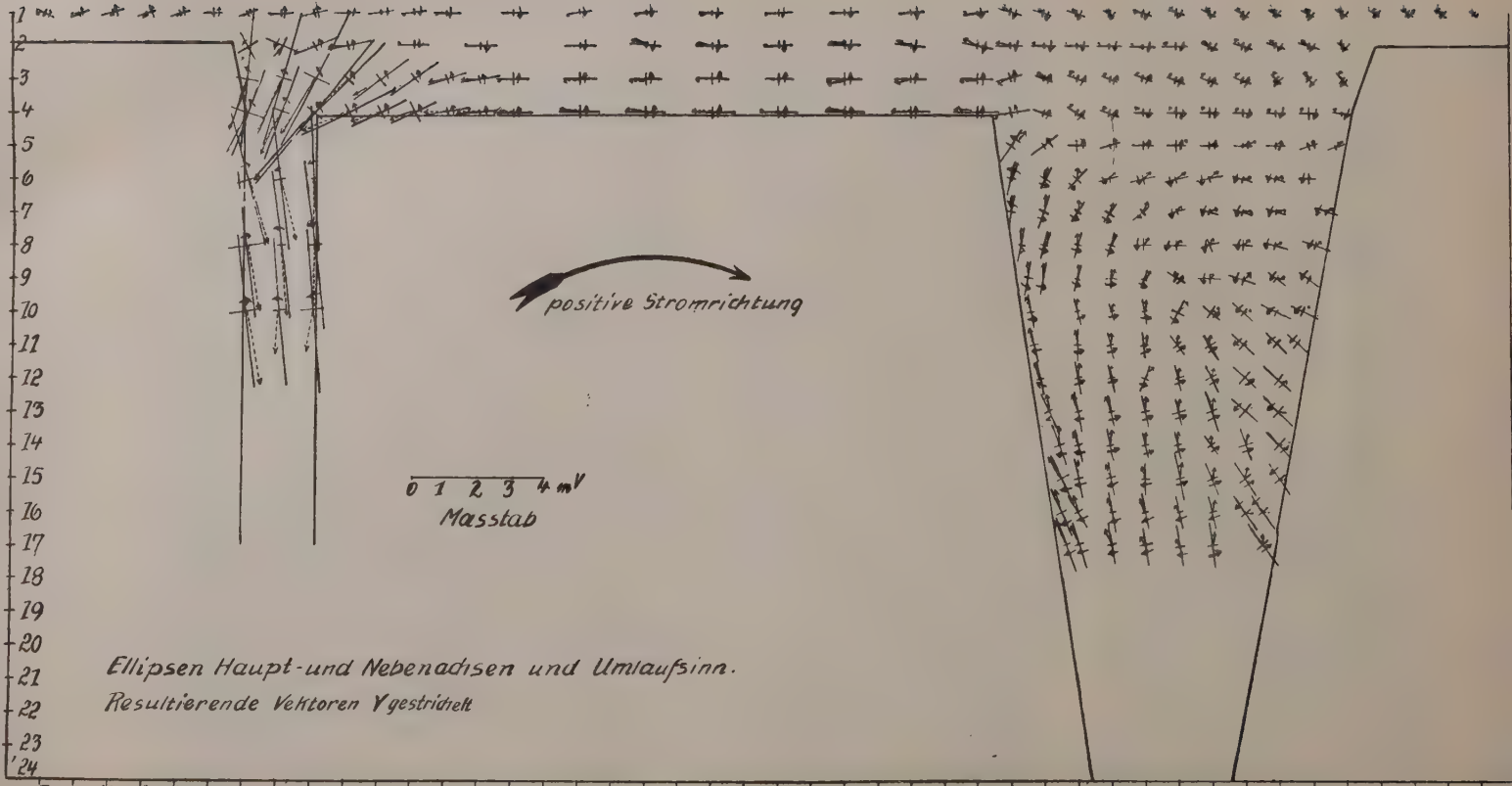

positive Stromrichtung
0 1 2 3 4 mV
Masstab
Ellipsen Haupt-und Nebenachsen und Umlaufsinn.
Resultierende Vektoren Ygestrichelt

Abb. 17.

des Schmelzraumes. Diese lokalen Stromsysteme sind identisch mit den Wirbelströmen (diesen Namen wollen wir für sie beibehalten), die in jedem Transformator zu zusätzlichen Kupferverlusten führen. Die Berechnung dieser Wirbelströme gestaltet sich folgendermaßen. Bei der schon früher erwähnten mit dem Spannungsmesser ausgeführten Messung mißt der magnetische Spannungsmesser nur den Hauptstrom, nicht aber die Wirbelströme. Hierbei wird in der Tat die Phasenlage des gesamten Hauptstromes eindeutig gemessen. Die Spannung am Spannungsmesser eilt der primären Klemmenspannung um 300° nach, der induzierte Hauptstrom also um 210°. Nun wird angenommen, daß die Stromfäden des Hauptstromes keine Phasenverschiebung gegeneinander haben, und dann werden rein formal aus den Ellipsen die Wirbelströme auf folgende Weise gewonnen. Haupt- und Wirbelstrom setzen sich zum elliptischen Drehvektor zusammen, wie er Abbildung 17 zugrunde liegt. Gegeben ist, wie schon erwähnt, der Hauptstrom in den betrachteten Punkten, sowie seine räumliche Richtung durch die Tangente an die Stromlinie. Die jeweiligen Richtungen des Hauptstromes sind der Abbildung 14 zu entnehmen. Gesucht wird der Wirbelstrom nach Größe und Phase in Bezug auf den Hauptstrom.

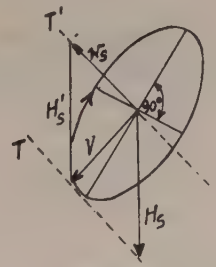


Abb. 18.
Konstruktion des Wirbelstromes.

Die Richtung des gesuchten Wirbelstromes ist gegeben durch die Tangente T an die Ellipse von der Spitze des maximalen Hauptstromvektors aus. Dabei ergeben sich zwei Lösungen, von denen, wie gezeigt wird, nur eine einen Sinn hat. Im Verlauf der Konstruktion ziehen wir eine Parallele T′ zur Tangente T durch den Mittelpunkt der Ellipse. Diese Parallele gibt uns die örtliche Lage des gesuchten Wirbelstromes. Die Größe des Wirbelstromvektors wird durch das Stück bestimmt, das die zum Hauptstrom H_s durch den Endpunkt des Drehfeldvektors gelegte Parallele H_s' auf der Geraden T′ abschneidet. Da sich aus dem Hauptstrom und dem durch diese Konstruktion gefundenen Wirbelstrom je-

weils der aus der Messung erhaltene Vektor ergeben muß, wobei der Umlaufsinn der Ellipse zu beachten ist, ist ohne weiteres klar, daß diese Bedingung nur einmal erfüllt werden kann. Die zeitliche Phasenverschiebung zwischen Haupt- und Wirbelstrom ergibt sich aus dem zeitlichen Abstand zwischen 2 Nullwerten, bzw. 2 Maximalwerten. Hieraus läßt sich leicht die Phasenverschiebung des Wirbelstroms gegen den positiven Maximalwert der primären Klemmenspannung errechnen. Diese Phasenverschiebung schwankte innerhalb der Grenzen der Meßgenauigkeit um einen Mittelwert zwischen 110° und 130° in voreilendem Sinne gerechnet.

Durch die oben beschriebene Konstruktion wird der elliptische Drehvektor aus zwei neuen Komponenten zusammengesetzt. Als Ortskurve für die Vektorspitze muß sich natürlich dieselbe Ellipse wieder ergeben, die wir aus den Versuchsergebnissen berechnen konnten.

Dies läßt sich wie folgt beweisen.

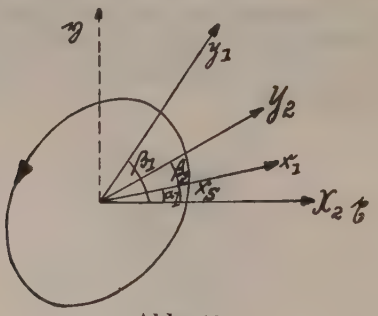


Abb. 19.

Es sind:

a_1, b_1, a_2, b_2 zeitliche Winkel,
α_1, β_1, α_2, β_2 räumliche Winkel.
Gegeben sind: X_1, Y_1, α_1, β_1, $\alpha_2 = 0$, X_2.
Gesucht: der Wirbelstromvektor Y_2, β_2.

Die Ellipsengleichung in Parameterdarstellung lautet:

$$x_1 = X_1 \cos(\omega t + a_1).$$
$$y_1 = Y_1 \cos(\omega t + b_1).$$

Wir zerlegen in zwei neue Richtungen, von denen der maximale Hauptstromvektor X_2 nach Größe und Richtung bekannt ist.

$$x_2 = X_2 \cos(\omega t + a_2),$$
$$y_2 = Y_2 \cos(\omega t + b_2).$$

Nun werden alle Schwingungen im $x_1 y_1$- und $X_2 Y_2$-System in zwei zu einander senkrechte Komponenten ξ und η zerlegt, wobei

die X_2-Achse der Einfachheit halber mit der ξ-Achse zusammenfällt. Die ursprüngliche Schwingung hat im System $\xi\ \eta$ folgende Gestalt:

$$\xi_1 = A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t \qquad (10)$$
$$\eta_1 = A_2 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t$$

Hierbei setzen wir voraus, daß $A_2 \neq 0$ ist.

In Gleichung 10) bedeuten:

$$A_1 = X_1 \cos \alpha_1 \cos a_1 + Y_1 \cos b_1 \cdot \cos \beta_1.$$
$$B_1 = X_1 \cos \alpha_1 \sin a_1 + Y_1 \sin b_1 \cdot \cos \beta_1.$$

A_2 und B_2 haben entsprechende Bedeutung.

Die gesuchte Schwingung in zwei zu einander senkrecht stehende Komponenten zerlegt, hat im System ξ, η folgende Gestalt:

$$\xi_2 = \mathfrak{A}_1 \cos \omega t + \mathfrak{B}_1 \sin \omega t.$$
$$\eta_2 = \mathfrak{A}_2 \cos \omega t + \mathfrak{B}_2 \sin \omega t.$$

Um die notwendige und hinreichende Bedingung zu erhalten, daß dieselbe Ellipse erzeugt wird, verlangen wir, daß in jedem Augenblick: $\xi_1 = \xi_2$, $\eta_1 = \eta_2$ ist.

Damit dies der Fall ist, ist notwendig und hinreichend, daß:

$$A_1 = \mathfrak{A}_1, \quad B_1 = \mathfrak{B}_1,$$
$$A_2 = \mathfrak{A}_2, \quad B_2 = \mathfrak{B}_2 \qquad \text{wird.}$$

Es ist

$$\mathfrak{A}_1 = X_2 \cos a_2 + Y_2 \cos b_2 \cos \beta_2 = A_1. \qquad (11)$$
$$\mathfrak{B}_1 = -X_2 \sin a_2 - Y_2 \sin b_2 \cos \beta_2 = B_1. \qquad (12)$$
$$\mathfrak{A}_2 = 0 + Y_2 \cos b_2 \sin \beta_2 = A_2. \qquad (13)$$
$$\mathfrak{B}_2 = 0, -Y_2 \sin b_2 \sin \beta_2\ B_2. \qquad (14)$$

Aus diesen 4 Bestimmungsgleichungen lassen sich die 4 Unbekannten: a_2, Y_2, b_2, β_2 errechnen.

Durch Division von Gleichung 14) : 13) erhalten wir:

$$\operatorname{tg} b_2 = -\frac{B_2}{A_2};$$
$$A_2 \sin b_2 + B_2 \cos b_2 = 0. \qquad (15)$$

15) ist für jeden Wert von A_2 und B_2 erfüllt. Für b_2 ergeben sich zwei Werte: b_2', b_2''; $b_2'' = b_2' + \pi$.

Durch Multiplikation von Gleichung 11) mit sin b_2 und von Gleichung 12) mit cos b_2, sowie Addition der Gleichungen 11) und 12) erhalten wir:

$$X_2 \sin (a_2 - b_2) = -(A_1 \sin b_2 + B_1 \cos b_2).$$
$$\sin (a_2 - b_2) = -\frac{A_1 \sin b_2 + B_1 \cos b_2}{X_2} \qquad (16)$$

Für a_2 ergeben sich:

wenn $X_2 < |A_1 \sin b_2 + B_1 \cos b_2|$ keine Lösung,
wenn $X_2 = |A_1 \sin b_2 + B_1 \cos b_2|$ 1 Lösung,
wenn $X_2 > |A_1 \sin b_2 + B_1 \cos b_2|$ 2 Lösungen.

Geometrische Deutung folgt weiter unten.

Setzen wir die Werte für b_2 ein, die wir aus 15) erhalten, so ergibt sich:

für: $b_2 = b_2'$

$$\sin(a_2 - b_2') = C = -\frac{A_1 \sin b_2' + B_1 \cos b_2'}{X_2}$$

für: $b_2 = b_2'' = b_2' + \pi$

$$\sin(a_2 - b_2'') = -C$$

a) $a_2 - b_2' = c$ | a) $a_2 - b_2'' = -c$

$a_2' = b_2' + c$ | $a_2 = b_2' + \pi - c$

b) $a_2 - b_2' = \pi - c$ | b) $a_2 - b_2'' = \pi + c$

$a''_2 = b_2' + \pi - c$ | $a_2 = b_2' + c\,(+2\pi)$.

Daraus ergeben sich für a_2 2 Werte.

Zur Berechnung von β_2 setzen wir Gleichung 13) in Gleichung 11) ein und erhalten:

$$X_2 \cos \alpha_2 + A_2 \operatorname{ctg} \beta_2 = A_1$$

$$\operatorname{cotg} \beta_2 = \frac{A_1 - X_2 \cos \alpha_2}{A_2} \qquad (17)$$

Nachdem β_2 bekannt ist, berechnen wir Y_2 aus Gleichung 13) zu:

$$Y_2 = \frac{A_2}{\cos b_2 \sin \beta_2} \qquad (18)$$

Zur Kontrolle, ob die Bedingungen hinreichend sind, müssen sich die Gleichungen 11), 12), 13), 14), aus den Gleichungen 15), 16), 17), 18) ausrechnen lassen. Dies ist der Fall.

Geometrische Deutung der Gleichungen.

Geometrische Deutung zu Gleichung 16).

Hierzu schreiben wir die Ellipsengleichung:

$$\xi_1 = A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t.$$
$$\eta_1 = A_2 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t.$$

Daraus t eliminiert ergibt:

$$\frac{A_2^2 + B_2^2}{(A_1B_2 - A_2B_1)^2} X_1^2 + \frac{A_1^2 + B_1^2}{(A_1B_2 - A_2B_1)^2} Y_1^2 + \frac{-2\,(A_1A_2 + B_1B_2)}{(A_1B_2 - A_2B_1)^2} X_1Y_1 = 1$$

Um den Schnittpunkt X_s der Ellipse mit der X_1-Achse zu erhalten, setzen wir $Y_1 = 0$, dann ist:

$$X_s = \pm \sqrt{\frac{(A_1B_2 - A_2B_1)^2}{A_2^2 + B_2^2}} = \pm \frac{A_1B_2 - A_2B_1}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}} \qquad (19)$$

Wir behaupten nun, daß $X_s = \pm \,|\, A_1 \sin b_2 + B_2 \cos b_2 \,|$ ist.

Beweis:

$$\operatorname{tg} b_2 = -\frac{B_2}{A_2} \quad ,$$

daraus ergibt sich:

$$\sin b_2 = \pm \frac{B_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

$$\cos b_2 = \pm \frac{A_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

Setzen wir diese Werte ein, dann erhalten wir Gleichung 19). $X_2 > X_s$ d. h. X_2 geht über die Ellipse hinaus. In diesem Falle ergeben sich 2 Lösungen, nämlich 2 Tangenten. Ist $X_2 = X_s$, dann ist: $c = \pi - c$ d. h. $2c = \pi$; $c = \frac{\pi}{2}$ d. h. der Endpunkt X_2 liegt auf der Ellipse.

Geometrische Deutung von Gleichung 17).

In Gleichung 13) setzen wir für $\cos b_2 = \frac{A_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$

dann erhalten wir:

$$Y_2 \sin \beta_2 = \frac{A_2}{\cos b_2} = \sqrt{A_2^2 + B_2^2}$$

nun ist $\sqrt{A_2^2 + B_2^2}$ der Maximalwert der Ellipse in der Richtung der η-Achse, d. h. die Projektion der Amplitude Y_2 ist gleich diesem Maximalwert der Ellipse in Richtung der η-Achse. Der Endpunkt von Y_2 liegt auf der zur ξ-Achse (X_2-Achse) parallelen Tangente. Ebenso muß die Projektion von X_2 auf eine zu Y_2 senkrecht stehenden Achse ζ den Maximalwert der Ellipse in der ζ-Richtung ergeben, d. h. der Endpunkt von X_2 liegt auf den zu Y_2 parallelen Tangenten.

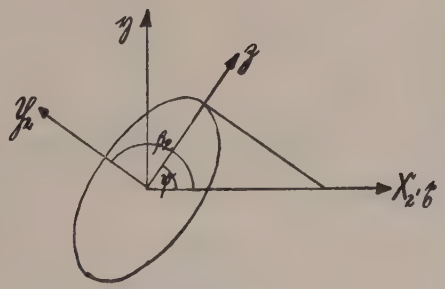


Abb. 20.

Beweis. Der Anteil der Ellipsenschwingung in der ζ-Richtung ist:

$$\zeta = \xi \cos(\beta_2 - 90) + \eta \cos(180 - \beta_2).$$
$$\zeta = \xi \cos \psi + \eta \cos(180 - \beta_2).$$
$$\zeta = \xi \sin \beta_2 - \eta \cos \beta_2.$$

Setzen wir für ξ und η die Werte aus den Gleichungen 10) ein, so erhalten wir:

$$\mathfrak{z} = (A_1 \sin \beta_2 - A_2 \cos \beta_2) \cos \omega t + (B_1 \sin \beta_2 - B_2 \cos \beta_2) \sin \omega t$$

Daraus berechnet sich $\mathfrak{z}_{max}$ zu:

$$\mathfrak{z}_{max} = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$$

Hier ist:

$k_1 = (X_2 \cos \alpha_2 + Y_2 \cos b_2 \cos \beta_2) \sin \beta_2 - (Y_2 \cos b_2 \sin \beta_2) \cos \beta_2$

$k_1 = X_2 \cos \alpha_2 \cdot \sin \beta_2$

$k_2 = (-X_2 \sin \alpha_2 - Y_2 \sin b_2 \cos \beta_2) \sin \beta_2 - (-Y \sin b_2 \sin \beta_2) \cos \beta_2$

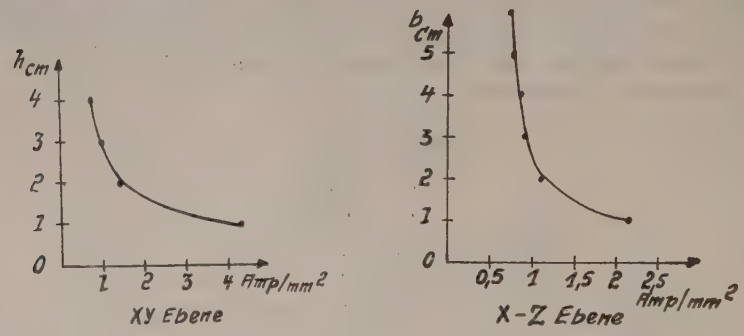
$k_2 = -X_2 \sin \alpha_2 \sin \beta_2$

also: $\sqrt{k_1^2 + k_2^2} = X_2 \sin \beta_2$, d. h.

$\mathfrak{z}_{max} = X_2 \cos \psi = X_2 \sin \beta_2$

w. z. b. w., daß sich nämlich aus der neuen Konstruktion dieselbe Ellipse wieder ergibt.

Der nunmehrigen Konstruktion der Wirbelstromvektoren lag die den Abbildungen 14 und 21a und 21b zu entnehmende Verteilung des Hauptstromes zugrunde. Die Abbildungen 21a und b zeigen die Stromverteilung im Bad in einer Schicht von 1 mm Dicke in der XY- und in XZ-Ebene unter der Annahme einer Gesamtstromstärke von 1400 Amp. Als Maßstabsfaktor folgt aus den Maximalwerten der Vektoren und aus der Stromverteilung berechnet für 1 mm = 0,15 A.



a. b.

Abb. 21.

Stromverteilung im Bad in der XY- und der XZ-Ebene.

Die sich aus der oben beschriebenen Konstruktion ergebenden Wirbelstromvektoren sind in Abbildung 22 dargestellt. Durch sinngemäße Zusammenfassung gewinnen wir aus diesen Vektoren, die sich aus der Berechnung der Stromverteilung als Strom-

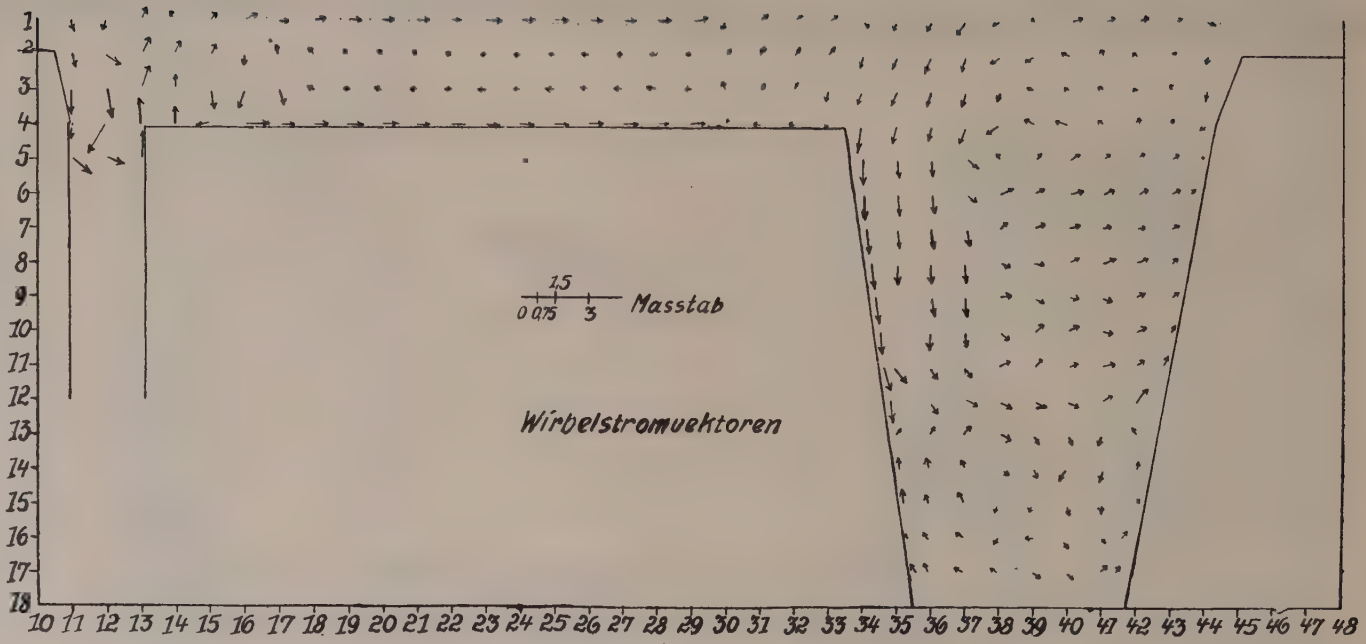


Abb. 22.

Abb. 23.

dichtevektoren ergeben, folgendes Wirbelstrombild (Abb. 23), bei dem jede Wirbelstromröhre 2 Amp. umfaßt. Die Wirbelstromröhren haben eine Dicke von 1 mm. Die Richtung in der die Wirbelströme fließen ist der Abbildung 24 zu entnehmen. Die Richtung ist gegeben durch die Richtung der Wirbelstromvektoren, die an den Krümmungspunkten der Wirbelstrombahnen, Tangenten an diese sind. Die Konstruktion der Wirbelströme aus den Wirbelstromvektoren kann nur mit Annäherung ($10 \div 15\%$ Fehler) vorgenommen werden, da sich nur für differentiell kleine Wirbelstrombahnen richtige Werte ergeben. Die Stromdichte wird z. B. in der innersten Wirbelstrombahn geringer sein, da hier der Strom vom Rand nach innen zu geringer wird, durch Null hindurchgeht und wieder ansteigt. Trotzdem vermitteln uns aber die Bilder eine klare Vorstellung von der im eisengeschlossenen Induktionsofen vorliegenden Stromverteilung.

So liegen die Verhältnisse in der Symmetrieebene des Ofens. Von Interesse ist es außerdem festzustellen, welche Raumkurve die Spitze des Stromvektors beschreibt in einer Schicht neben der Symmetrieebene des Ofens, in der die zu ihr senkrechte Horizontalkomponente nicht mehr 0 ist.

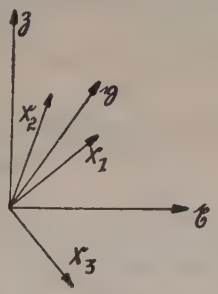


Abb. 24.

Wir bezeichnen mit x den Momentanwert und mit X die Amplitude der Schwingung. Gegeben sind uns 3 Schwingungen im Raum.

$$x_1 = X_1 \cos(\omega t + a_1).$$
$$x_2 = X_2 \cos(\omega t + a_2).$$
$$x_3 = X_3 \cos(\omega t + a_3).$$

Gesucht ist die sich daraus ergebende Raumkurve. Aus diesem Grunde werden die Schwingungen in ein rechtwinkliges Koordinatensystem zerlegt. In der Tabelle sind die Winkel zwischen den Schwingungsrichtungen und den Achsenrichtungen angegeben.

	ξ	η	ζ
x_1	α_1	β_1	γ_1
x_2	α_2	β_2	γ_2
x_3	α_3	β_3	γ_3

Die Zerlegung der Gesamtschwingungen in die 3 senkrecht stehenden Achsen ξ, η, ζ ergibt folgendes:

$$\xi = x_1 \cos\alpha_1 + x_2 \cos\alpha_2 + x_3 \cos\alpha_3 = X_1 \cos(\omega t + a_1) \cos\alpha_1 + X_2 \cos(\omega t + a_2) \cos\alpha_2 + X_3 \cos(\omega t + a_3) \cos\alpha_3.$$

$$\eta = x_1 \cos\beta_1 + x_2 \cos\beta_2 + x_3 \cos\beta_3 = X_1 \cos(\omega t + a_1) \cos\beta_1 + X_2 \cos(\omega t + a_2) \cos\beta_2 + X_3 \cos(\omega t + a_3) \cos\beta_3.$$

$$\zeta = x_1 \cos\gamma_1 + x_2 \cos\gamma_2 + x_3 \cos\gamma_3 = X_1 \cos(\omega t + a_1) \cos\gamma_1 + X_2 \cos(\omega t + a_2) \cos\gamma_2 + X_3 \cos(\omega t + a_3) \cos\gamma_3.$$

Die Entwicklung nach sin ωt und cos ωt ergibt:

$$\xi = A_1 \cos\omega t + A_2 \sin\omega t. \tag{20}$$

$$\eta = B_1 \cos\omega t + B_2 \sin\omega t. \tag{21}$$

$$\zeta = C_1 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t. \tag{22}$$

Es ist z. B. $A_1 = x_1 \cos a_1 \cos\alpha_1 + x_2 \cos a_2 \cos\alpha_2 + x_3 \cos a_3 \cos\alpha_3$ usw.

Aus den Gleichungen 20), 21), 22) folgt für die Untersuchung der Raumkurve:

1. Die Kurve liegt auf einem elliptischen Zylinder mit der ζ-Achse als Zylinderachse.

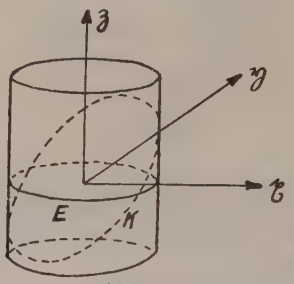


Abb. 25.

Beweis: Betrachten wir nur die ξ- und η-Koordinaten der Kurve, so ergibt sich, wie schon früher gezeigt wurde, eine Ellipse E. (Vom trivialen Fall, bei dem sich eine Gerade ergibt, abgesehen.) Die ζ-Koordinate hebt und senkt sozusagen die Kurve über und unter die ξ, η-Ebene; die Kurve K verläuft aber auf dem elliptischen Zylinder.

2. Die Kurve liegt in einer Ebene.

Zum Beweise multiplizieren wir die Gleichung 20) mit $+ B_2$ und die Gleichung 21) mit $- A_2$, addieren die beiden Gleichungen und erhalten für:

$$\cos \omega t = \frac{B_2 \xi - A_2 \eta}{A_1 B_2 - A_2 B_1}$$

Multiplizieren wir Gleichung 20) mit $+ B_1$ und Gleichung 21) mit $- A_1$, addieren die beiden Gleichungen, so erhalten wir für:

$$\sin \omega t = \frac{B_1 \xi - A_1 \eta}{A_2 B_1 - B_2 A_1}$$

Setzen wir die Werte für sin ωt und cos ωt in Gleichung 22) ein, so erhalten wir:

$$\zeta = C_1 \cdot \frac{B_2 \xi - A_2 \eta}{A_1 B_2 - A_2 B_1} - C_2 \frac{B_1 \xi - A_1 \eta}{A_1 B_2 - B_1 A_2} \text{ , oder}$$

$$(A_1 B_2 - A_2 B_1)\, \zeta = (C_1 B_2 - C_2 B_1)\, \xi - (C_1 A_2 - C_2 A_1)\, \eta. \quad (23)$$

Das ist eine lineare Gleichung zwischen ξ, η, ζ, also die Gleichung einer Ebene.

Aus den Betrachtungen 1 und 2 stellt sich also die gesuchte Raumkurve dar als die ebene Schnittkurve eines elliptischen Zylinders, d. h. als eine ebene Ellipse. (Bezw. im Spezialfall als eine lineare Sinusschwingung.) Die Neigung der ebenen Ellipse gegen die Horizontale läßt sich aus den Größen A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2 leicht errechnen.

4. Berechnung der Feldstärken.

Zur Berechnung der an den einzelnen Punkten wirkenden Beschleunigungskräfte aus Strom und Feldstärke ist es nötig, daß wir außer der Stromverteilung die in den einzelnen Punkten vorhandene Feldstärke kennen. Die Feldstärke in den betrachteten Punkten können wir messen mit Hilfe einer Prüfspule durch eine komplexe Kompensationsanordnung. Gemessen würde dann die Umlaufspannung des von der benutzten Prüfspule umschlungenen Flusses gemäß der Beziehung:

$$\oint \mathfrak{H}\, dl = \text{const. E.}$$

Eine einwandfreie Feststellung der Feldstärke würde aber durch eine solche Prüfspulenmessung nicht zu erreichen sein; denn, da das Volumen der Spule nicht unter einigen cm³ zu halten wäre, würde das Volumen der durch die Spule verdrängten Metallmasse keineswegs zu vernachlässigen sein. Deswegen wird hier an Stelle der Prüfspulenmessung eine andere Methode angewandt. Beim Vorhandensein einer bestimmten Umlaufspannung wird längs des Weges, den eine Prüfwindung von unendlich kleinem Quer-

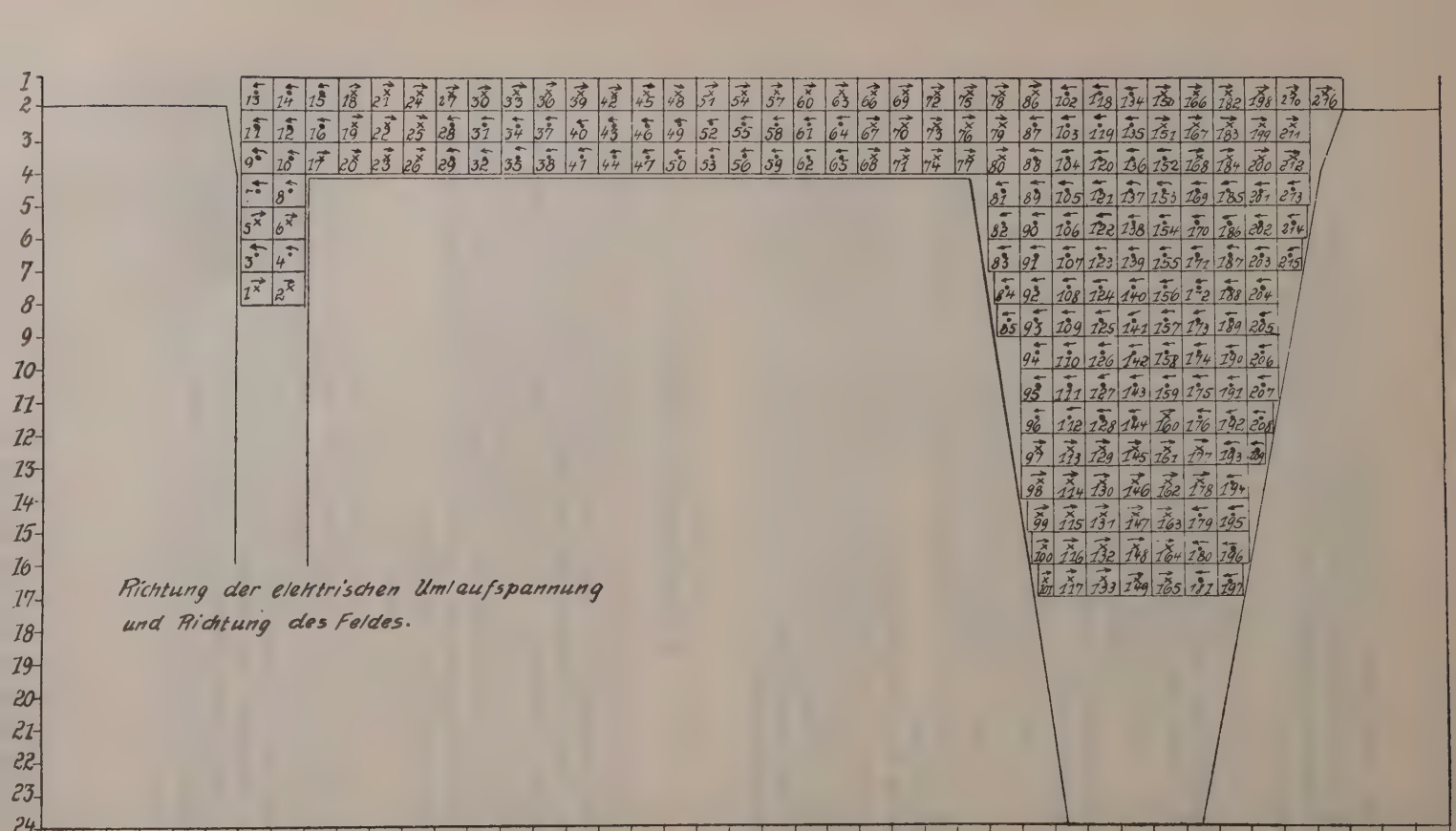

Richtung der elektrischen Umlaufspannung
und Richtung des Feldes.

Abb. 26.

schnitt bildet, in dem Leiter selbst dieselbe Umlaufspannung wie in der Prüfwindung induziert. In jedem cm² ist nunmehr die Umlaufspannung dadurch zu finden, daß an seinen Ecken die Horizontal- bzw. die Vertikalkomponente der Spannung gemessen wurde. Hieraus läßt sich die Spannung längs einer Kante des Flächenstücks berechnen. Die Summation über die 4 Kanten ergibt die Umlaufspannung, der nach dem bekannten Gesetz ein bestimmter Fluß zugeordnet ist. Die Berechnung der elektrischen Umlaufspannungen wurde für je 1 cm² komplex durchgeführt, da sich durch diese Rechnungsart bedeutende Vereinfachungen ergeben. Multiplizieren wir die Umlaufspannungen mit j — das Feld eilt der induzierten EMK um 90° voraus — so erhalten wir hierdurch die tatsächlichen Kraftflüsse in den betrachteten Quadraten. Es sind dies die in Tabelle 4 im Tabellenanhang eingetragenen Werte. In Abbildung 26 sind in den einzelnen Quadraten, deren fortlaufende Nummerierung mit der Nummerierung in Tabelle 4 übereinstimmt, die Richtung der elektrischen Umlaufspannung und die sich daraus ergebende Richtung des Feldes eingetragen. Die Umlaufsrichtung der Wirbelströme (Abb. 28) stimmt mit der errechneten Richtung der Umlaufspannungen genau überein.

5. Berechnung der Beschleunigungskräfte.

Durch die Kenntnis der Feldstärke sind wir nunmehr in der Lage aus Feld und Strom, die an den einzelnen Punkten wirkenden Beschleunigungskräfte zu berechnen.

Es ist:

$$\mathfrak{k} = \mathfrak{h} \cdot \mathfrak{i}$$

$$\mathfrak{h} = \tfrac{1}{2}\,[H_e\, e^{j(\omega t + \varphi_H)} + H_e\, e^{-j(\omega t + \varphi_H)}]$$

$$\mathfrak{i} = \tfrac{1}{2}\,[I_e\, e^{j(\omega t + \varphi_J)} + I_e\, e^{-j(\omega t + \varphi_J)}]$$

$$\mathfrak{h} \cdot \mathfrak{i} = \tfrac{1}{4}\,[HI_e\, e^{j(\varphi_H - \varphi_J)} + HI_e\, e^{-j(\varphi_H - \varphi_J)} + HI_e\, e^{j(2\omega t + \varphi_H + \varphi_J)} + HI_e\, e^{-j(2\omega t + \varphi_H + \varphi_J)}] \qquad (24)$$

In Gleichung 24 wird der zweite Ausdruck bei der Integration über eine Periode Null, so daß wir erhalten:

$$\dot{k} = \tfrac{1}{2}\, H_{eff} \cdot I_{eff}\, [e^{j(\varphi_H - \varphi_J)} + e^{-j(\varphi_H - \varphi_J)}]$$

$$\dot{k} = \tfrac{1}{2}\, H_{eff} \cdot I_{eff} \cdot e^{j(\varphi_H - \varphi_J)} = \tfrac{1}{2}\, \mathfrak{H}\mathfrak{J}_k. \qquad (25)$$

Der mittlere Kraftvektor ist durch den Realteil von 25) dargestellt; wir erhalten demgemäß:

$$\dot{k} = H_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos\,(\varphi_H - \varphi_J) \qquad (26)$$

Da sich die Kraft, die an den einzelnen Punkten wirkt, in unserem Falle aus zwei Komponenten zusammensetzt, müssen wir Gleichung 26) für unsere beiden Stromsysteme, den Hauptstrom I_{H_s} und den Wirbelstrom I_W in Anwendung bringen:

$$\dot{k}_{H_s} = H_{eff} \cdot I_{H_s} \cdot \cos(\varphi_H - \varphi_{H_s})$$

$$\dot{k}_W = H_{eff} \cdot I_W \cdot \cos(\varphi_H - \varphi_{JW})$$

Diese beiden Komponenten ergeben gemäß dem Parallelogramm der Kräfte zusammengesetzt die Resultierende der Kraft. Bei der Zusammensetzung der Kraftkomponenten ist auf die Richtung der Ströme zu achten; an der dem Kern zugewandten Seite des Trichters z. B. wirken die von den beiden Stromsystemen ausgeübten Beschleunigungskräfte gegeneinander, da die Ströme in ihrer Richtung einander entgegenlaufen. Die Richtung der Kraftkomponenten ist stets senkrecht zum Feld und senkrecht zu dem jeweils in die Berechnung eingeführten Strom. Der Endpunkt der Resultierenden gibt uns tatsächlich den Punkt an, an den das Teilchen gelangt, da es diesen Punkt stets erreichen wird, unabhängig vom Wege auf dem es dahin gelangt, d. h. unbeeinflußt davon ob die Komponenten der Kraft nacheinander oder gleichzeitig wirken. Da wir mit Horizontal- und Vertikalkomponente die an den betrachteten Punkten vorhandene effektive Stromstärke in ihrer Gesamtheit gemessen haben, so müssen wir auch aus ihnen die auf die Einzelteilchen ausgeübten Beschleunigungskräfte berechnen können, wenn die von uns durchgeführte Zerlegung der Ströme in Hauptstrom und Wirbelstrom richtig ist. Die aus beiden Berechnungen sich ergebenden Beschleunigungskräfte stimmen auf 15÷20% überein.

Die auf je 100 mm³ (1 cm². 1 mm) wirkenden Beschleunigungskräfte sind in Abbildung 27 in logarithmischem Maßstab aufgetragen. Die Größe der einzelnen Beschleunigungskräfte ist dem der Abbildung beigefügten Maßstab zu entnehmen.

Die größten Beschleunigungskräfte treten an den Stellen größter Stromdichte und größter Feldstärke auf. Wie aus der Abbildung 27 zu entnehmen ist, werden durch die Beschleunigungskräfte starke lokale Wirbelbildungen im Metall hervorgerufen.

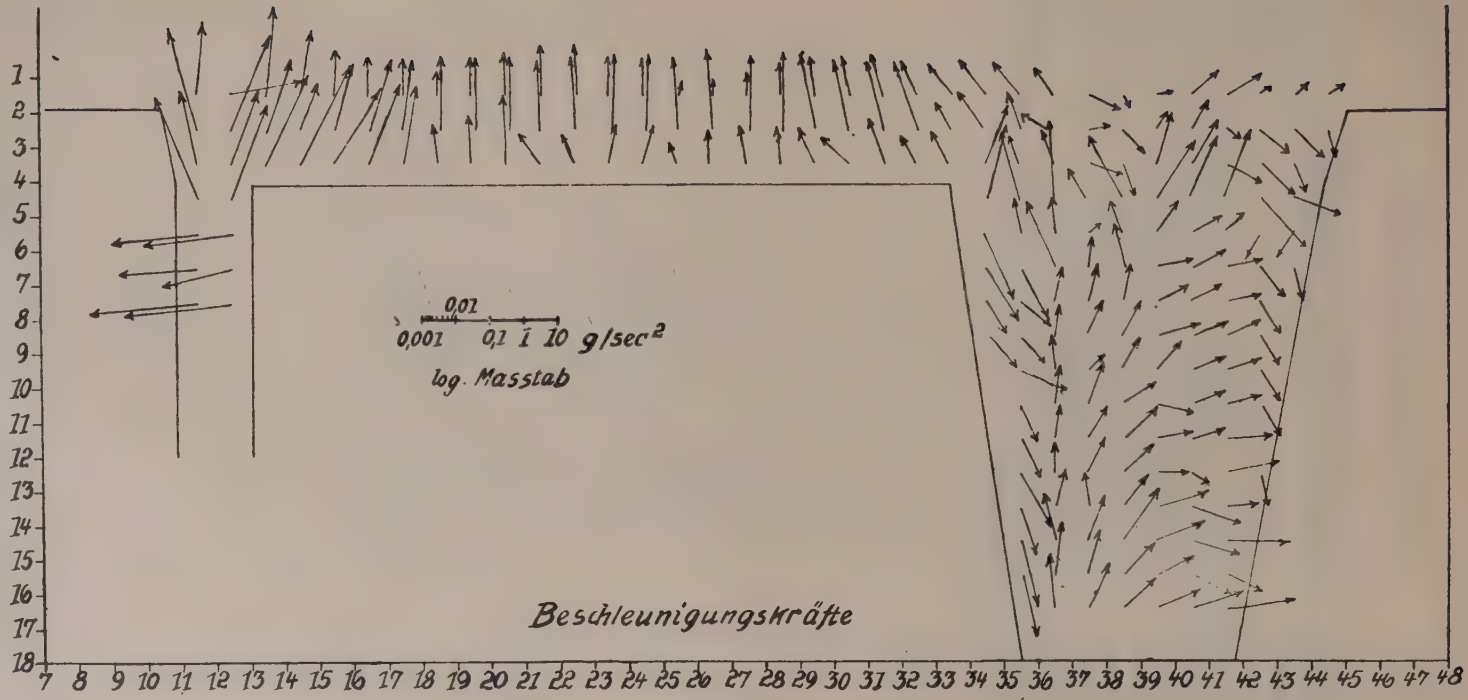


Abb. 27.

III. Zusammenfassung.

Die vorliegende Arbeit befaßte sich damit die in elektrischen Induktionsöfen vorhandene Strom- und Feldverteilung zu untersuchen.

In eisenlosen Induktionsöfen wurde die z. T. schon vorliegende Theorie experimentell nachgeprüft und bestätigt gefunden. Im eisengeschlossenen Induktionsofen wurde die Stromverteilung experimentell untersucht. Die gefundene Stromverteilung wurde in Hauptstrom und überlagerte Wirbelströme zerlegt und die Berechtigung zu dieser Aufspaltung des Stromsystems mathematisch nachgewiesen. Außerdem wurde eine Methode zur Berechnung der Feldstärken angegeben, durch die es ermöglicht wird, die einzelnen Beschleunigungskräfte mit größerer als bisher bekannter Genauigkeit zu berechnen.

Tabellen-Anhang

Tabelle 1.

h	x	E_{mV}	$H_{gem.}$	$H_{ber.}$	φ_H
0	6	2,64	185	185	237
	5	2,45	172	168	231
	4	2,18	153	149	225
	3	2,02	140	138	218
	2	1,83	128	125	213
	1	1,66	116	113	209
1	6	2,62	182	182	237
	5	2,40	168	165	230
	4	2,15	150	146	223
	3	1,96	137	136	217
	2	1,79	125	123	211
	1	1,64	115	112	206
2	6	2,46	172	172	237
	5	2,21	154	158	229
	4	2,03	142	139	224
	3	1,87	131	129	218
	2	1,65	114	116	212
	1	1,52	106	104	207
3	6	2,21	154	162	237
	5	2,03	142	146	230
	4	1,92	134	130	224
	3	1,71	119	120	219
	2	1,60	112	109	210
	1	1,44	101	99	206
4	6	1,98	138	144	239
	5	1,83	128	130	232
	4	1,69	118	115	225
	3	1,56	109	107	218
	2	1,41	99	97	210
	1	1,30	90	88	205
5	6	1,76	123	120	238
	5	1,59	111	108	231
	4	1,41	99	96	226
	3	1,33	93	90	219
	2	1,20	84	81	212
	1	1,07	75	73	206
6	6	1,31	92	91	237
	5	1,19	83	82	230
	4	1,08	76	74	224
	3	0,99	69	68	218
	2	0,88	61	61	212
	1	0,82	57	56	205

Tabelle 2.

h	x	E_{mV}	φE	$H_{ber.}$	$H_{gem.}$
0	6	80,0	149	192	185
	5	59,5	143	162	172
	4	45,0	136	152	153
	3	34,4	129	141	140
	2	27,5	123	126	128
	1	23,4	118		116
1	6	77,8	151	179	182
	5	58,4	145	164	168
	4	43,7	139	148	150
	3	33,5	132	138	137
	2	26,8	126	121	124
	1	23,3	120		115
2	6	75,2	150	174	172
	5	56,4	144	160	154
	4	42,1	137	138	142
	3	32,7	131	131	131
	2	26,3	125	118	114
	1	22,8	120		106
3	6	69,2	152	158	154
	5	52,0	146	144	142
	4	39,1	138	127	134
	3	30,3	132	115	119
	2	24,7	126	112	112
	1	21,4	120		101
4	6	60,4	150	146	138
	5	44,7	143	128	128
	4	33,2	137	113	118
	3	25,4	131	105	109
	2	20,3	125	95	99
	1	17,6	118		91
5	6	49,2	151	118	123
	5	36,6	144	111	111
	4	26,7	137	93	99
	3	20,2	132	90	93
	2	15,9	126	82	84
	1	13,5	121		75
6	6	34,8	150	90	92
	5	25,4	145	82	76
	4	17,5	138	76	76
	3	12,3	133	66	69
	2	9,1	128	64	61
	1	7,4	121		56

Tabelle 3.

h	l	X_{mV}	Y_{mV}	φ_X	φ_Y	V	φ_V	h	l	X_{mV}	Y_{mV}	φ_X	φ_Y	V	φ_V
17	35,5	0,38	0,77	45	177	0,80	290	11	34,8	0,05	0,57	19	200	0,54	276
	36	0,31	0,66	43	178	0,68	290		36	0,09	0,44	273	185	0,44	272
	37	0,22	0,58	30	154	0,61	289		37	0,16	0,37	258	170	0,36	266
	38	0,11	0,59	342	132	0,42	286		38	0,22	0,32	252	153	0,30	258
	39	0,15	0,61	281	120	0,30	276		39	0,26	0,30	249	135	0,22	246
	40	0,28	0,67	255	108	0,21	249		40	0,30	0,30	246	123	0,21	231
	41,5	0,45	0,78	246	95	0,19	201		41	0,35	0,31	243	111	0,20	216
16	35,5	0,29	0,66	42	179	0,68	289		42,6	0,40	0,36	243	99	0,19	198
	36	0,26	0,61	42	176	0,62	290	10	11	0,59	2,32	216	332	2,06	103
	37	0,20	0,54	15	156	0,51	288		12	0,40	2,34	78	311	1,44	83
	38	0,10	0,51	358	141	0,40	285		13	0,56	2,48	57	298	1,14	72
	39	0,12	0,52	291	121	0,27	279		34,6	0,26	0,60	342	201	0,61	297
	40	0,22	0,57	255	110	0,19	255		36	0,12	0,45	252	190	0,44	267
	41,5	0,41	0,71	246	92	0,16	192		37	0,17	0,36	249	177	0,37	261
15	35,5	0,22	0,68	39	189	0,68	287		38	0,23	0,32	246	159	0,31	258
	36	0,19	0,61	39	181	0,61	284		39	0,27	0,27	246	144	0,24	243
	37	0,10	0,52	18	167	0,51	282		40	0,31	0,26	243	135	0,24	233
	38	0,09	0,49	318	150	0,41	279		41	0,36	0,26	242	123	0,22	219
	39	0,14	0,49	273	129	0,30	270		42	0,38	0,27	243	114	0,20	216
	40	0,24	0,49	252	112	0,20	249		42,8	0,39	0,30	240	111	0,20	210
	41	0,33	0,55	248	103	0,17	226	9	11	0,61	2,24	206	329	1,92	106
	42	0,42	0,56	243	94	0,19	190		12	0,30	2,32	108	311	1,42	96
14	35,3	0,16	0,69	36	198	0,67	282		13	0,46	2,44	75	300	1,20	84
	36	0,13	0,60	21	192	0,59	282		34,5	0,06	0,55	238	201	0,51	267
	37	0,08	0,50	324	178	0,54	278		35	0,10	0,49	246	200	0,46	266
	38	0,10	0,43	291	161	0,40	275		36	0,16	0,38	243	183	0,38	260
	39	0,19	0,40	261	144	0,32	267		37	0,19	0,31	243	171	0,32	252
	40	0,28	0,40	252	129	0,27	250		38	0,23	0,28	243	159	0,27	246
	41	0,35	0,40	246	118	0,24	233		39	0,27	0,24	240	144	0,22	234
	42,2	0,41	0,42	243	105	0,21	210		40	0,30	0,22	240	132	0,21	225
13	35,1	0,14	0,62	36	194	0,61	282		41	0,34	0,23	240	120	0,21	213
	36	0,08	0,52	14	187	0,53	279		42	0,35	0,25	250	117	0,20	213
	37	0,07	0,45	305	173	0,45	276		43	0,36	0,24	240	114	0,20	210
	38	0,13	0,39	270	156	0,35	270	8	11	0,60	2,32	206	335	2,12	105
	39	0,19	0,37	252	132	0,27	261		12	0,30	2,34	126	318	1,82	95
	40	0,26	0,38	248	118	0,20	240		13	0,37	2,48	126	307	1,44	91
	41	0,34	0,40	243	108	0,19	219		34,3	0,08	0,56	255	201	0,52	268
	42,3	0,40	0,45	240	96	0,19	195		35	0,15	0,46	243	201	0,43	259
12	34,9	0,11	0,59	30	197	0,58	283		36	0,19	0,38	243	189	0,38	260
	36	0,05	0,46	343	185	0,46	279		37	0,22	0,30	243	177	0,30	253
	37	0,09	0,40	282	168	0,39	273		38	0,25	0,24	240	165	0,26	243
	38	0,16	0,35	258	150	0,30	264		39	0,29	0,20	240	151	0,23	231
	39	0,22	0,34	252	130	0,23	252		40	0,30	0,18	237	141	0,22	222
	40	0,28	0,35	249	117	0,19	234		41	0,33	0,18	238	132	0,20	216
	41	0,34	0,37	243	105	0,18	213		42	0,34	0,19	240	129	0,22	222
	42,5	0,41	0,42	242	96	0,20	192		43,2	0,36	0,20	241	127	0,24	225

Tabelle 3 (Fortsetzung).

h	l	X_{mV}	Y_{mV}	φ_X	φ_Y	V	φ_V
7	11	0,60	2,44	201	337	2,30	102
	12	0,33	2,39	160	327	2,00	99
	13	0,31	2,32	111	318	1,70	93
	34,1	0,13	0,56	243	200	0,54	264
	35	0,18	0,45	237	197	0,44	257
	36	0,22	0,33	234	191	0,35	249
	37	0,25	0,27	237	183	0,30	243
	38	0,27	0,24	237	180	0,28	239
	39	0,29	0,20	237	165	0,26	231
	40	0,30	0,19	236	160	0,24	228
	41	0,32	0,16	237	158	0,23	222
	42	0,33	0,16	239	153	0,21	221
	43,4	0,33	0,16	240	152	0,22	221
6	11	0,57	2,29	212	332	2,06	104
	12	0,20	2,34	172	320	1,80	94
	13	0,12	2,30	105	314	1,55	91
	33,9	0,17	0,47	231	182	0,49	286
	35	0,22	0,33	219	183	0,39	242
	36	0,25	0,24	222	176	0,30	232
	37	0,27	0,19	226	160	0,26	225
	38	0,27	0,17	228	159	0,24	222
	39	0,28	0,15	231	144	0,24	222
	40	0,29	0,14	231	141	0,21	213
	41	0,30	0,14	233	135	0,20	210
	42	0,32	0,14	234	135	0,20	210
	43	0,31	0,13	237	141	0,21	213
	43,6	0,32	0,15	239	144	0,20	217
5	11	0,60	2,32	209	332	2,06	104
	12	0,43	2,48	176	328	2,06	102
	13	0,22	2,56	159	322	2,04	96
	33,7	0,36	0,59	192	167	0,67	239
	35	0,30	0,25	204	180	0,36	223
	36	0,28	0,19	212	174	0,30	219
	37	0,29	0,16	218	165	0,28	216
	38	0,29	0,14	225	159	0,23	213
	39	0,29	0,14	225	153	0,23	207
	40	0,30	0,12	228	148	0,22	210
	41	0,30	0,12	231	148	0,20	207
	42	0,30	0,12	234	148	0,20	211
	43	0,29	0,12	237	156	0,20	216
	44	0,29	0,12	240	162	0,19	219
4	11	0,59	1,38	80	335	1,34	75
	12	0,73	1,62	349	326	1,50	62
	13	2,08	2,44	333	325	2,70	49
	14	1,56	0,87	337	319	1,58	17
	15	0,89	0,46	347	313	1,04	16
	16	0,70	0,58	354	291	0,76	15
	17	0,64	0,57	359	281	0,69	8
	18	0,58	0,54	0	277	0,65	5
	19	0,59	0,44	5	273	0,60	2
	20	0,58	0,42	5	272	0,59	2

h	l	X_{mV}	Y_{mV}	φ_X	φ_Y	V	φ_V
4	21	0,59	0,40	6	271	0,59	0
	22	0,59	0,37	6	274	0,59	2
	23	0,59	0,37	7	274	0,59	3
	24	0,59	0,37	7	274	0,59	4
	25	0,59	0,37	7	274	0,59	4
	26	0,58	0,35	6	271	0,58	0
	27	0,58	0,35	6	272	0,58	0
	28	0,58	0,36	5	272	0,58	0
	29	0,59	0,36	5	272	0,59	1
	30	0,60	0,36	2	272	0,60	0
	31	0,60	0,37	0	270	0,60	0
	32	0,61	0,37	0	270	0,61	0
	33	0,64	0,43	357	270	0,64	0
	34	0,59	0,17	358	297	0,60	9
	35	0,37	0,12	18	207	0,37	342
	36	0,33	0,11	28	192	0,34	329
	37	0,32	0,10	36	180	0,30	343
	38	0,32	0,14	40	144	0,28	340
	39	0,32	0,09	44	159	0,25	320
	40	0,31	0,09	46	159	0,25	318
	41	0,30	0,09	47	159	0,23	315
	42	0,29	0,08	51	166	0,23	314
	43	0,28	0,10	54	168	0,22	310
	44	0,28	0,12	57	180	0,25	310
	44,5	0,28	0,12	57	180	0,25	310
3	10,6	0,48	2,28	39	332	2,00	82
	12	0,79	2,24	354	327	1,95	72
	13	1,11	2,40	342	325	2,18	60
	14	1,05	1,30	344	328	1,42	45
	15	0,79	0,61	350	338	0,98	31
	16	0,76	0,53	356	312	0,78	30
	17	0,60	0,47	359	292	0,65	21
	18	0,59	0,43	3	279	0,59	9
	19	0,59	0,40	6	279	0,57	6
	20	0,58	0,37	6	276	0,57	2
	21	0,58	0,35	7	275	0,57	2
	22	0,58	0,33	9	270	0,57	0
	23	0,58	0,33	9	270	0,57	0
	24	0,58	0,33	9	270	0,57	0
	25	0,58	0,33	9	270	0,57	0
	26	0,58	0,33	9	270	0,57	0
	27	0,57	0,34	9	278	0,56	4
	28	0,57	0,34	9	278	0,56	4
	29	0,57	0,32	8	276	0,56	2
	30	0,58	0,32	6	282	0,57	6
	31	0,58	0,30	6	276	0,57	2
	32	0,58	0,28	3	274	0,58	2
	33	0,55	0,28	3	274	0,55	2
	34	0,49	0,12	8	300	0,49	7
	35	0,41	0,08	17	231	0,39	352
	36	0,37	0,07	30	210	0,35	351
	37	0,35	0,07	30	210	0,31	350
	38	0,32	0,06	36	198	0,25	345
	39	0,31	0,06	39	198	0,26	346
	40	0,30	0,06	42	198	0,23	345

Tabelle 3 (Fortsetzung).

h	l	X_{mV}	Y_{mV}	φ_X	φ_Y	V	φ_V	h	l	X_{mV}	Y_{mV}	φ_X	φ_Y	V	φ_V
3	41	0,30	0,10	48	217	0,22	339	1	10	0,32	0,10	75	350	0,14	48
	42	0,29	0,08	48	195	0,20	337		11	0,30	0,17	47	339	0,27	36
	43	0,28	0,10	51	192	0,20	330		12	0,41	0,14	18	338	0,41	18
	44	0,27	0,11	54	190	0,18	327		13	0,47	0,10	7	350	0,48	12
	44,6	0,27	0,11	54	190	0,18	327		14	0,49	0,05	3	338	0,49	6
2	10,5	0,41	0,51	78	337	0,47	81		15	0,50	0,05	6	52	0,50	3
	11	0,36	0,43	45	333	0,45	54		16	0,50	0,04	6	70	0,50	0
	12	0,52	0,30	78	333	0,28	**72**		17	0,51	0,05	8	78	0,51	0
	13	0,66	0,17	357	344	0,68	12		18	0,51	0,06	8	81	0,51	0
	14	0,67	0,09	355	339	0,66	7		19	0,52	0,06	9	81	0,51	0
	15	0,51	0,08	358	0	0,52	3		20	0,52	0,06	9	81	0,51	0
	16	0,46	0,03	2	108	0,46	0		21	0,52	0,08	10	76	0,51	2
	17	0,56	0,03	6	108	0,53	0		22	0,52	0,08	10	76	0,51	2
	18	0,55	0,04	8	105	0,54	0		23	0,52	0,08	10	76	0,51	2
	19	0,54	0,04	10	105	0,53	0		24	0,52	0,08	10	76	0,51	2
	20	0,54	0,04	10	100	0,52	0		25	0,51	0,06	12	90	0,50	0
	21	0,53	0,07	10	98	0,52	0		26	0,51	0,06	12	90	0,50	0
	22	0,53	0,07	13	90	0,52	0		27	0,51	0,06	12	90	0,50	0
	23	0,53	0,08	13	90	0,52	0		28	0,51	0,05	12	112	0,50	359
	24	0,53	0,08	13	82	0,52	0		29	0,51	0,06	11	135	0,50	356
	25	0,53	0,08	13	76	0,52	1		30	0,51	0,06	11	135	0,50	356
	26	0,53	0,08	13	76	0,53	1		31	0,51	0,06	11	135	0,50	356
	27	0,53	0,08	13	76	0,53	1		32	0,51	0,06	11	135	0,50	356
	28	0,53	0,08	13	76	0,52	1		33	0,47	0,07	7	153	0,46	352
	29	0,53	0,08	13	76	0,50	1		34	0,44	0,06	13	160	0,38	351
	30	0,51	0,08	11	76	0,50	1		35	0,40	0,06	17	160	0,38	351
	31	0,51	0,09	10	117	0,50	357		36	0,37	0,06	24	180	0,35	350
	32	0,49	0,09	9	117	0,50	357		37	0,32	0,07	27	204	0,30	348
	33	0,44	0,09	14	112	0,48	**357**		38	0,30	0,07	33	204	0,26	348
	34	0,40	0,10	20	123	0,43	354		39	0,30	0,07	39	213	0,22	345
	35	0,40	0,08	20	130	0,38	352		40	0,28	0,07	42	213	0,22	345
	36	0,37	0,06	25	142	0,33	351		41	0,27	0,08	45	225	0,20	342
	37	0,35	0,05	30	159	0,30	351		42	0,25	0,08	48	225	0,18	339
	38	0,33	0,05	34	153	0,27	351		43	0,24	0,09	51	230	0,16	339
	39	0,31	0,05	39	153	0,24	351		44	0,20	0,09	54	230	0,13	333
	40	0,30	0,04	45	207	0,21	350		45	0,20	0,09	60	230	0,12	330
	41	0,29	0,04	48	207	0,19	348		46	0,20	0,10	57	233	0,12	330
	42	0,27	0,04	50	207	0,17	345		47	0,18	0,10	57	233	0,12	330
	43	0,25	0,05	51	217	0,16	345		48	0,17	0,10	57	233	0,12	330
	44	0,25	0,06	55	219	0,15	339		49	0,16	0,10	60	233	0,10	327
	44,8	0,20	0,07	63	225	0,10	333		50	0,16	0,10	60	233	0,10	327
1	1	0,25	0,03	54	315	0,14	15		51	0,14	0,10	51	233	0,10	327
	2	0,25	0,03	54	315	0,14	15		52	0,14	0,10	51	233	0,10	327
	3	0,25	0,02	53	27	0,15	12								
	4	0,25	0,02	55	27	0,15	10								
	5	0,25	0,02	55	27	0,15	10								
	6	0,26	0,02	58	27	0,15	12								
	7	0,28	0,04	60	33	0,14	15								
	8	0,30	0,05	66	21	0,12	24								
	9	0,32	0,05	75	21	0,10	30								

Tabelle 4.

Quadrate	Feldstärkenwerte	Quadrate	Feldstärkenwerte	Quadrate	Feldstärkenwerte	Quadrate	Feldstärkenwerte
1	+ 430 − j 490	55	+ 590 + j 32	109	− 64 + j 48	163	− 160 − j 64
2	+1140 − j1670	56	− 32 + j 16	110	− 64 + j 32	164	− 96 − j 48
3	− 64 + j 430	57	− 16 − j 16	111	− 128 + j 15	165	− 176 − j 16
4	+ 64 + j 270	58	+ 570 + j 16	112	− 32 + j 64	166	− 16 − j 48
5	+ 128 + j 289	59	+ 16 + j 48	113	+ 16 − j 80	167	+ 48 − j112
6	+ 290 − j 650	60	− 16 − j 32	114	+ 48 − j 96	168	− 80 − j 48
7	+1150 + j3200	61	+ 580 + j 32	115	− 112 − j 32	169	− 780 + j600
8	+2650 + j4700	62	+ 32 + j 48	116	− 192 − j 32	170	− 64 + j 48
9	+ 750 + j 80	63	− 32 − j 32	117	− 80 − j 32	171	− 48 + j 48
10	+ 545 + j 700	64	+ 570 − j 32	118	− 64 + j 32	172	− 112 + j 80
11	+1490 + j1870	65	+ 48 + j 32	119	− 16 + j 16	173	− 96 + j 64
12	+1920 + j2610	66	− 48 − j 32	120	− 80 + j 16	174	− 80 + j 32
13	+ 335 + j 385	67	+ 560 − j112	121	− 690 + j700	175	− 96 + j 48
14	+ 800 + j 640	68	+ 48 − j144	122	− 16 + j 32	176	− 80 + j 32
15	− 117 + j 176	69	− 80 − j 32	123	− 48 + j 32	177	− 16 − j 16
16	+ 610 + j 850	70	+ 540 − j 16	124	− 80 + j 32	178	+ 48 − j 96
17	−2350 − j 340	71	+ 112 − j 48	125	− 48 + j 32	179	− 208 + j 96
18	− 225 − j 208	72	− 80 − j 48	126	− 16 + j 16	180	+ 305 + j112
19	− 112 − j 175	73	+ 520 − j 64	127	− 128 + j 16	181	− 208 + j 96
20	+1400 − j2050	74	+ 176 − j128	128	− 48 + j 32	182	− 32 − j 32
21	− 90 − j 240	75	− 64 − j 80	129	− 32 − j 48	183	+ 80 − j112
22	+ 290 − j 80	76	+ 176 − j 48	130	− 48 − j 32	184	− 64 − j 32
23	+ 270 − j 980	77	− 370 − j160	131	− 128 − j 32	185	− 780 + j580
24	− 64 − j 112	78	− 112 − j 64	132	− 160 − j 64	186	− 64 + j 48
25	+ 350 − j 112	79	+ 112 − j144	133	− 128 − j 32	187	− 32 + j 80
26	+ 210 − j 625	80	− 208 − j590	134	− 32 + j 16	188	− 128 + j 48
27	− 16 − j 96	81	− 590 + j590	135	+ 48 + j 32	189	− 128 + j 16
28	+ 480 + j 80	82	+ 208 + j144	136	− 64 + j 32	190	− 48 + j 16
29	+ 128 + j 600	83	+ 176 + j 32	137	− 770 + j620	191	− 176 + j 96
30	+ 16 − j 80	84	+ 32 + j 32	138	− 48 + j 32	192	− 112 + j 64
31	+ 580 + j 16	85	+ 80 + j 32	139	− 176 + j 48	193	− 48 + j129
32	− 64 + j 32	86	− 80 − j 48	140	− 128 + j 32	194	− 64 + j 48
33	+ 32 − j 64	87	+ 80 + j 32	141	− 64 + j 48	195	− 240 + j160
34	+ 590 + j 48	88	− 96 + j 32	142	− 64 + j 48	196	− 720 + j 32
35	+ 128 + j 48	89	− 560 + j770	143	+ 32 + j 64	197	− 430 + j225
36	+ 128 − j 64	90	− 80 + j 64	144	− 128 + j 96	198	+ 16 − j 32
37	+ 590 + j 48	91	+ 160 + j 32	145	+ 48 − j 48	199	+ 16 − j144
38	+ 256 + j 32	92	− 32 + j 16	146	+ 32 − j 96	200	− 48 − j 49
39	− 128 − j 48	93	− 48 + j 64	147	− 320 − j 64	201	− 780 + j510
40	+ 450 + j 16	94	− 112 + j 64	148	− 192 − j 16	202	− 64 + j 32
41	+ 80 + j 64	95	− 64 + j 64	149	− 192 − j 64	203	− 32 + j 64
42	+ 176 − j 48	96	− 112 + j 64	150	− 16 − j 16	204	− 144 + j 48
43	+ 590 + j 16	97	− 250 − j188	151	+ 48 − j 80	205	− 128 + j 32
44	+ 32 − j 32	98	+ 64 − j 80	152	− 670 + j880	206	− 112 + j 64
45	+ 32 + j 48	99	− 128 − j 48	153	− 740 + j640	207	− 224 + j 64
46	+ 590 + j 32	100	− 96 − j 48	154	− 32 + j 48	208	− 96 + j 64
47	+ 48 + j 48	101	+ 80 − j 56	155	− 32 + j 80	209	− 80 + j 30
48	− 16 − j 32	102	− 16 + j 80	156	− 128 + j 64	210	+ 16 − j 48
49	+ 590 + j 16	103	+ 64 + j 16	157	− 64 + j 96	211	+ 64 − j 96
50	+ 48 + j 48	104	− 80 + j 80	158	− 64 + j 48	212	− 16 − j 48
51	+ 16 − j 32	105	− 650 + j720	159	− 112 + j 16	213	+ 112 + j320
52	+ 590 + j 16	106	− 48 + j 48	160	− 80 − j 16	214	− 96 + j 48
53	+ 16 + j 16	107	− 620 + j 16	161	− 16 − j 48	215	− 32 + j 80
54	− 16 − j 16	108	− 64 + j 32	162	+ 176 − j128	216	+ 16 − j 48

Literaturverzeichnis.

1. **Northrup.** Principles of inductiv heating with high frequency currents. Trans amer. Electrochem. 1919. S. 35.
2. **Ribaud.** Théorie du four à induction à haute fréquence. Journal de Physique et le Radium. 1923. S. 185.
3. **Burch und Davis.** Über eisenlose Induktionsöfen. A.f.E. Bd. 20. S. 928.
4. **Wever** und **Fischer.** Zur Kenntnis des Hochfrequenzinduktionsofens. Mitteilungen aus dem Kaiser-Wilhelm-Institut für Eisenforschung. 1926. S. 149.
5. **Walter.** Über die elektrische Wellenausbreitung in Metallen. Wiss. Ver. aus dem Siemenskonzern, Bd. 8_2, S. 115.
6. **Esmarch.** Zur Theorie kernloser Induktionsöfen. Wiss. Ver. aus dem Siemenskonzern. Bd. 10_2. S. 172.
7. **Rogowski.** Über zusätzliche Kupferverluste, über die kritische Kupferhöhe einer Nut und über das kritische Widerstandsverhältnis einer Wechselstrommaschine. A.f.E. Bd. 2. S. 81.
8. **Müller.** Berechnung von Spuleninduktivitäten. A.f.E. Bd. 17.
9. **Kohlrausch.** Lehrbuch der praktischen Physik.
10. **Geyger.** Schleifdrahtwechselstromkompensator. ETZ. 1924. S. 1348.
11. **Walter.** Fortschritte im Bau von Niederfrequenzöfen. Siemens Zeitschrift. 1930. S. 254.
12. **Lehmann.** Bestimmung des Kraftlinienverlaufs in Luft. ETZ. 1909. S. 996.
13. **Müller.** Neue Methode zur Zeichnung der Feldbilder magnetischer Feldlinien. ETZ. 1927. S. 978.

Die vorliegende Arbeit wurde im Institut für angewandte Physik der Universität Frankfurt/M. ausgeführt. Ich bin meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. Déguisne, der die Anregung zur vorliegenden Arbeit gab, für das lebhafte Interesse, das er an der Arbeit nahm, und für viele gute Ratschläge zu größtem Danke verpflichtet.

Lebenslauf.

Ich, Hans Stamm, wurde am 16. August 1908 als Sohn des Kaufmanns Wilhelm Stamm zu Frankfurt/M. geboren. Ostern 1915 trat ich in das Staatliche Kaiser-Friedrichs-Gymnasium ein, das ich Ostern 1927 mit dem Zeugnis der Reife verließ. Darauf ließ ich mich an der Universität Frankfurt/M. immatrikulieren, um mich dem Studium der angewandten Physik, Experimentalphysik, physikalischen Chemie und Mathematik zu widmen. Der Universität Frankfurt/M. gehörte ich bis zur Beendigung meines Studiums im Sommer-Semester 1933 an. Meine akademischen Lehrer waren die Herren Professoren: Bonhoeffer, von Braun, Déguisne, Dehn, Epstein, Fraenkel, Magnus, Mauz, Meissner, Siegel, Szasz, Wachsmuth.